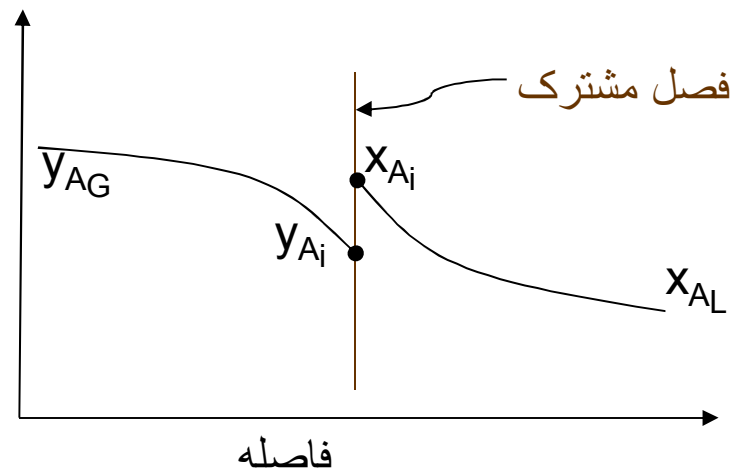


# انتقال جرم موضعي بين دو فاز

اگر جذب گاز آمونیاک از مخلوط گازی آمونیاک و هوا توسط آب جذب از پائین وارد برج گردد، غلظت آمونیاک در فاز گاز ضمن بالا رفتن در داخل برج خروج از بالا به حداقل می رسد. در مقابل آب که جهت حرکت آن از بالا آمدن محتوی مقدار بیشتری آمونیاک می شود به طوری که هنگام خروج از پائین می گردد. اگر عمل جذب در حالت پایا انجام گیرد، با وجود تغییرات در غلظت آمونیاک در هر نقطه در داخل برج ثابت باقی مانده، با زمان تغییری نمی نماید.

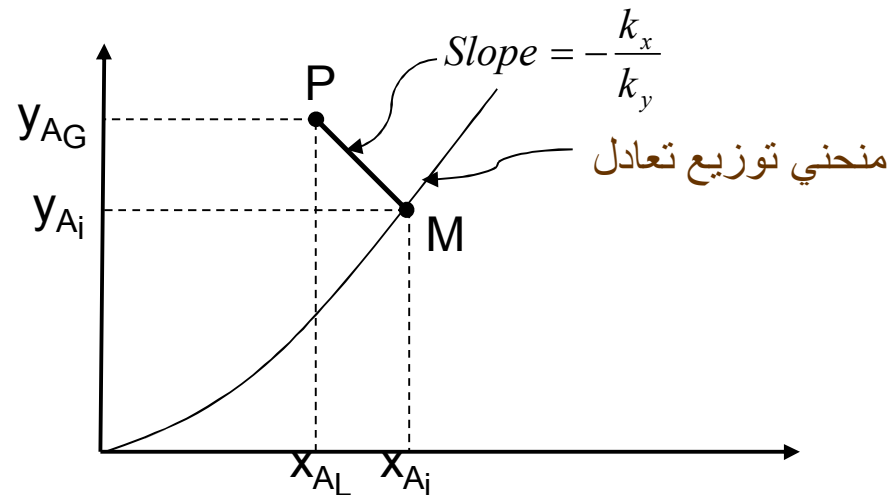


فرض کنیم مطالعه جرم در سطح مقطع خاصی از برج مزبور مورد نظر باشد. اگر فرض بر این باشد که هیچ گونه واکنش شیمیایی در دو فاز وجود ندارد، مطابق شکل، جز مولی  $A$  در توده فاز گاز  $Y_{AG}$  و در فصل مشترک به مقدار  $Y_{Ai}$  کاهش می یابد. همچنین، در فاز مایع جزء مولی آمونیاک از مقدار  $X_{Ai}$  در فصل مشترک (در فاز مایع) به مقدار  $X_{AL}$  در توده مایع افت می کند. از آنجا که دو فاز گاز و مایع در حال تعادل با یکدیگر نمی باشد، نقطه ای به مختصات  $Y_{AG}$  و  $X_{AL}$  در روی منحنی توزیع تعادل جزء قرار ندارد، زیرا در غیر این صورت انتقال جرم بین این دو فاز متوقف می گردید.

برای تعیین مقدار انتقال جرم بین دو فاز نمی توان مستقیماً از غلظت های  $Y_{AG}$  و  $X_{AL}$  ضریب انتقال جرم استفاده کرد زیرا دو غلظت مزبور نشان دهنده اجزای مولی در دو فاز مختلف هستند و رابطه آنها با پتانسیل شیمیایی در هر فاز که نیروی راننده حقیقی برای انتقال جرم است، متفاوت می باشد.

برای این منظور لوئیز (Lewis) و ویتمن (Whitman) نظریه خاصی را پیشنهاد کردند که مطابق آن مقاومت انتقال جرم بین توده گاز و توده مایع برابر با مجموع مقاومت‌های موجود در هر فاز می باشد. به این ترتیب، مطابق این نظریه مقاومتی برای انتقال جرم در فصل مشترک دو فاز وجود ندارد و همواره حالت تعادل در فصل مشترک برقرار است.

تغییر غلظت جزء A از توده گاز به توده مایع را می توان در مختصات دیگری نیز دنبال کرد. در این شکل جزء مولی در فاز گاز را بر حسب جزء مولی مایع نیز می توان ترسیم نمود. اگر غلظت جزء نفوذ کننده در فاز گاز  $y_i$  را بر حسب غلظت جزء نفوذ کننده فاز مایع  $x_i$  ترسیم نمایم فرض کنیم P نقطه ای به طول  $x_{AL}$  و عرض  $y_{AG}$  باشد و M نقطه ای با مختصات  $x_{Ai}$  و  $y_{Ai}$ ، یعنی غلظت های جزء A در فصل مشترک دو فاز باشد. در حالت پایا غلظت جزء A در فصل مشترک ثابت است و مقدار ماده ای که از توده گاز به فصل مشترک منتقل می گردد درست برابر با مقداری است که از فصل مشترک به توده مایع انتقال می یابد.



در این حالت می توان شار جزء A را در هر فاز جداگانه به صورت حاصل ضربی از تغییر غلظت در آن فاز با ضریب فردی انتقال جرم مربوط به آن فاز نوشت. بدین ترتیب، اگر ضرایب موضعی انتقال جرم در فاز گاز و در فاز مایع به ترتیب برابر  $k_x$  و  $k_y$  باشد، شار جزء مورد نظر بر حسب این ضرایب و نیروی محرکه در هر فاز برابر خواهد بود با :

$$N_A = k_y(y_{AG} - y_{Ai}) = k_x(x_{Ai} - x_{AL})$$

که می توان نوشت :

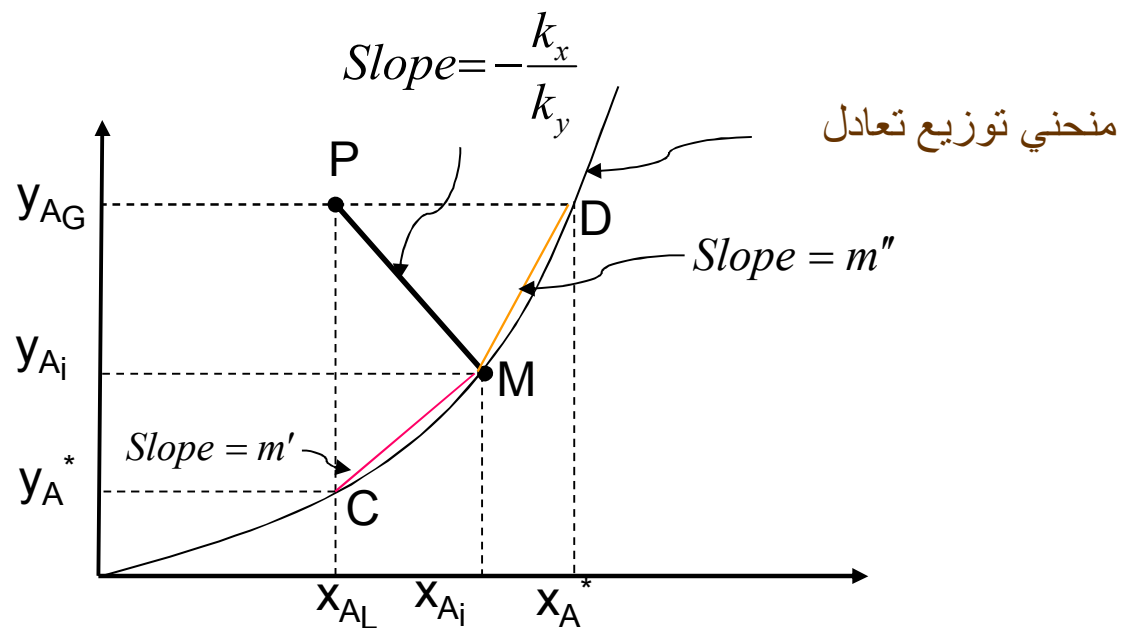
$$\frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_{AL} - x_{Ai}} = - \frac{k_x}{k_y}$$

این معادله مشخص کننده شیب خط PM است.

چنانچه ضرایب فردی انتقال جرم در هر فاز مشخص باشد، می توان با روش ترسیمی غلظتهای تعادل را در فصل مشترک پیدا کرده و مقدار  $N_A$  را محاسبه نمود.

**ضرایب جمعی موضعی انتقال جرم**

متأسفانه، اندازه گیری مستقیم غلظت در فصل مشترک دو فاز تقریباً غیرممکن است. زیرا تغییر غلظت از مثلاً  $y_{Ai}$  به  $y_{AG}$  در فاصله بسیار کوچکی از فصل مشترک صورت می گیرد. محاسبه شدت انتقال جرم بین دو فاز با استفاده از غلظتهای توده دو فاز در نظر گرفتن اثر جمعی مقاومت دو فاز انجام پذیر است. با توجه به شکل رسم شده نقطه ای به عرض  $y_A^*$  که در حال تعادل با  $x_{AL}$  است نقطه ثابتی می باشد و به این جهت می تواند به عنوان معیاری از غلظت  $x_{AL}$  بکار رود.





علاوه بر آن ، غلظت  $y_A^*$  مبنای یکسانی با غلظت  $y_{AG}$  دارد. بنابراین، به جای مقایسه  $y_{AG}$  با  $x_{AL}$  می توان  $y_{AG}$  را با  $y_A^*$  مقایسه کرده، تفاضل  $(y_{AG} - y_A^*)$  را به عنوان معیاری از تغییر غلظت توده های دو فاز تعریف نمود و شدت انتقال جرم را نیز به کمک ضریب جمعی انتقال جرم بر حسب این مقدار تعیین کرد.  
به عبارت دیگر:

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_A^*)$$

$k_y$  : ضریب جمعی انتقال جرم برای فاز گاز

به کمک شکل می توان نیروی محرکه  $(y_{AG} - y_A^*)$  را به صورت زیر نوشت:

$$* \left. \begin{aligned} y_{AG} - y_A^* &= (y_{AG} - y_{A_i}) + (y_{A_i} - y_A^*) \\ m' &= \frac{y_{A_i} - y_A^*}{x_{A_i} - x_{A_L}} \end{aligned} \right\} y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{A_i}) + m'(x_{A_i} - x_{A_L})$$

قبلاً نوشتیم:

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_A^*) \quad \& \quad N_A = K_y (y_{AG} - y_{Ai}) \quad \& \quad N_A = K_x (x_{Ai} - x_{AL})$$

با ترکیب این روابط می توان نوشت:

$$* \longrightarrow \frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + \frac{m' N_A}{k_x} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$$

$k_x$ : ضریب فردی انتقال جرم در فاز مایع

$k_y$ : ضریب فردی انتقال جرم در فاز گاز

طبق رابطه  $\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x}$  ، ملاحظه می شود که مقاومت کل برای انتقال جرم بین دو فاز برابر با مجموع مقاومت های موجود در هر فاز است. از این جهت، عبارت « دو مقاومت » برای این نظریه وجه تسمیه مناسبی می باشد. به همین ترتیب می توان غلظت  $X_A^*$  را که در حالت تعادل با  $y_{AG}$  است به عنوان معیاری از غلظت توده فاز گاز به کاربرد، و به کمک آن ضریب جمعی انتقال جرم در فاز مایع را به صورت زیر نوشت :

$$N_A = K_x (x_A^* - x_{AL})$$

که نیروی محرکه  $(X_A^* - X_{AL})$  را می توان به صورت  $(X_A^* - X_{Ai}) + (X_{Ai} - X_{AL})$  نوشت که اگر این مقادیر را بر حسب  $N_A$  بنویسیم داریم:

$$\frac{N_A}{K_x} = \frac{N_A}{k_x} + \frac{N_A}{m'' k_y} \quad m'' = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_A^* - x_{Ai}} \rightarrow \frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m'' k_y} \quad *$$

می توان نسبت های زیر را برای مقاومت نسبی هر فاز در مقابل انتقال جرم بدست آورد.\* به کمک معادله

$$\frac{1/k_y}{1/K_y} = \frac{\text{مقاومت در فاز گاز}}{\text{مقاومت کل}} \qquad \frac{1/k_x}{1/K_x} = \frac{\text{مقاومت در فاز مایع}}{\text{مقاومت کل}}$$

چنانچه مقادیر  $k_x$  و  $k_y$  تقریباً با هم برابر باشند مقدار  $m'$  نشان خواهد داد که کدام یک از دو فاز مقاومت بیشتری را در مقابل انتقال جرم ایجاد می نماید.

در حالتی که منحنی تعادل دارای شیب کمی باشد،  $m'$  عدد کوچکی خواهد بود و در حالت تعادل غلظت بسیار کمی از جزء A در فاز گاز منجر به ایجاد غلظت زیادی از آن در فاز مایع خواهد گردید. یا به عبارتی جزء A تمایل زیادی نسبت به انحلال در فاز مایع را دارد. به عبارت دیگر  $\frac{m'}{k_x}$  در مقایسه با  $\frac{1}{k_y}$  مقدار کوچکی خواهد بود و در این حالت مقاومت در فاز گاز عامل کنترل کننده شدت انتقال جرم است و می توان نوشت که:

$$\frac{1}{K_y} \cong \frac{1}{k_y} \quad \& \quad y_{AG} - y_A^* \cong y_{AG} - y_{Ai}$$

بر عکس، چنانچه حالتی را در نظر بگیریم که منحنی تعادل دارای شیب زیادی باشد،  $m'$  عدد بزرگی خواهد بود ( در این حالت جزء A تمایل بسیار کمی نسبت به انحلال در فاز مایع را دارد).

چنانچه مقادیر  $k_x$  و  $k_y$  تقریباً با یکدیگر برابر باشند، عبارت  $\frac{1}{m''k_y}$  در مقایسه با عبارت  $\frac{1}{k}$  مقدار کوچکی خواهد بود، به طوری که می توان گفت که مقاومت اصلی برای انتقال جرم بین دو فاز در فاز مایع می باشد و مقاومت در این فاز عامل کنترل کننده شدت انتقال جرم است. همچنین در حالتی که  $m''$  بسیار بزرگ باشد خواهیم داشت که:

$$\frac{1}{K_x} \cong \frac{1}{k_x} \quad \Rightarrow \quad x_{A_i}^* - x_{A_L} \cong x_{A_i} - x_{A_L}$$

\* تأثیر درجه حرارت بر ضریب انتقال جرم مایع به مراتب بیشتر از اثر آن بر ضریب انتقال جرم فاز گاز است، پس تغییر دادن درجه حرارت وسیله مناسبی برای تشخیص فازی است که کنترل کننده شدت انتقال جرم می باشد.

به طور کلی اگر انتقال جرم بین دو فاز دلخواه E و R مطرح باشد و غلظت در فاز E را با  $i$  و غلظت در فاز R را با  $i^*$  نشان دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{1}{K_E} = \frac{1}{k_E} + \frac{m'}{k_R}$$

$$\frac{1}{K_R} = \frac{1}{k_R} + \frac{1}{m''k_E}$$

$$m' = \frac{i_{A_i} - i_A^*}{j_{A_i} - j_{A_R}} \quad \& \quad m'' = \frac{i_{A_E} - i_{A_i}}{j_A^* - j_{A_i}}$$

$$i_A^* = f(j_{A_R}) \quad \& \quad i_{A_E} = f(j_A^*)$$

**ضرايب جمعي موضعي- حالت عمومي**



استفاده از ضرایب انتقال جرم نوع  $K$  هنگامی جایز است که انتقال جرم محدود به نفوذ یک جزء در یک محیط ساکن و یا نفوذ متقابل اجزاء با شدت مولی معادل مطرح باشد. در غیر این صورت و یا چنانچه انتقال جرم با شدت بسیار زیادی صورت گیرد باید از ضرایب عمومی  $F$  استفاده نمود. با استفاده از آنچه تا کنون بیان شد، می توان روابط بین ضرایب جمعی عمومی انتقال جرم و ضرایب فردی عمومی هر فاز را بدست آورد.

$F_G$ : ضریب فردی عمومی انتقال جرم در فاز گاز

$F_L$ : ضریب فردی عمومی انتقال جرم در فاز مایع

آنگاه:

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_G \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} \right]$$

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_L \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_G \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} \right] = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_L \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} \right] = \frac{F_L}{F_G} \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} = \left( \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$

به علت وجود عبارت  $\frac{N_A}{\sum N}$  ، که معمولاً مقدار نامعلومی است، محاسبه  $x_{A_i}$  و  $y_{A_i}$  تنها از طریق حدس و خطا ممکن می گردد.

، به صورت زیر تعریف می شود:  $F_{OG}$  و  $F_{OL}$  ضرایب عمومی انتقال جرم بین دو فاز

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_{OG} \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_A^*}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{AG}} \right] \quad \& \quad N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_{OL} \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_A^*} \right]$$

$$\frac{1}{F_{OG}} = \frac{1}{F_G} + \frac{m'}{F_L} \quad \& \quad \frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{m'' F_G} + \frac{1}{F_L}$$

**مثال:** در برج جداره مرطوبی به قطر داخل 1" آب از بالا و مخلوط آمونیاک و هوا از پائین برج وارد می شود. آب از روی دیواره و گاز از وسط برج حرکت می کند. در برش معینی از این برج، جزء مولی آمونیاک در توده گاز 0.8 و در توده مایع 0.05 است. درجه حرارت و فشار به ترتیب  $80^{\circ}\text{F}$  و یک جو است. شدت جریان دو فاز به میزانی است که، برای انتقال جرم از سیستمهای دقیق، ضریب انتقال جرم در فاز مایع برابر  $k_L = 0.34 \frac{\text{lb}_{\text{mol}}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2}$  و عدد شرود برای فاز گاز 40 می باشد. ضریب نفوذ مولکولی آمونیاک در هوا  $0.89 \text{ ft}^2/\text{hr}$  است. به فرض اینکه آب تبخیر نگیرد، شدت موضعی جذب آمونیاک در این برش را محاسبه نمایید.

اطلاعات زیر در مورد نحوه توزیع تعادل آمونیاک بین آب و هوا در 80°F در دسترس است.

جزء مولی آمونیاک در هوا $y_A = P_A / 14.7$	فشار جزئی آمونیاک در هوا $P_A: \text{lb}_f/\text{in}^2$	جزء مولی آمونیاک در آب $x_A$
0	0	0
0.0707	1.04	0.05
0.1347	1.98	0.1
0.590	8.69	0.25
0.920	13.52	0.3

**حل:** به علت زیاد بودن غلظت آمونیاک در فاز گازی به جای ضرائب نوع  $K$  باید از ضریب عمومی  $F$  استفاده کرد.

$$\text{From Table : } F_L = K_L x_{BM} C$$

با توجه به اینکه جرم مولکولی آمونیاک تقریباً برابر آب است، جرم ویژه محلول رقیق آمونیاک در آب تقریباً برابر با جرم ویژه آب خالص است.

$$C = \frac{\rho}{M} = \frac{62.3}{18} = 3.44 \frac{lb_{mol}}{ft^3}$$

به خاطر رقیق بودن  $x_{BM} \approx 1$  می باشد پس

$$F_L = (0.34)(3.44)(1) = 1.17 \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

در فاز گاز داریم :

$$Sh = \frac{F_G \cdot d}{C \cdot D_A}$$

$$C = \frac{P}{RT} \quad \text{or} \quad C = \frac{1}{359} \frac{492}{460 + 80} = 0.00254 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^3}$$

$$F_G = \frac{40.C.D_A}{d} = \frac{(40)(0.00254)(0.89)}{1/12} = 1.085 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^2}$$

از آنجائی که تنها مولکولهای آمونیاک انتقال می یابند پس  $N_B=0$  و  $\frac{N_A}{\sum N} = 1$  خواهد بود. با تغییر دادن  $y_{Ai}$  به

$y_A$  و  $x_{Ai}$  به  $x_A$  و معادله ی زیر

$$\frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} = \left( \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$



خواهیم داشت :

$$\frac{1 - y_A}{1 - y_{AG}} = \left( \frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}} \Rightarrow 1 - y_A = (1 - y_{AG}) \left( \frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$

$$\Rightarrow y_A = 1 - (1 - y_{AG}) \left( \frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_A = 1 - (1 - 0.8) \left( \frac{1 - 0.05}{1 - x_A} \right)^{1.078} \Rightarrow$$

$x_A$	0.05	0.15	0.25	0.3
$y_A$	0.8	0.78	0.742	0.722

منحنی به دست آمده از این نقاط منحنی تعادل را در نقطه ای به مختصات  $x_{A_i}$  و  $y_{A_i}$  قطع می کند. این مختصات که برابر با غلظت آمونیاک در فصل مشترک است از روی شکل برابر  $x_{A_i}=0.274$  و  $y_{A_i}=0.732$  خوانده می شود. حال با داشتن معادله

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_L \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right] = (1)(1.17) \ln \left[ \frac{1 - 0.05}{1 - 0.274} \right] = 0.316 \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

یا

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_G \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} \right] = (1)(1.085) \ln \left[ \frac{1 - 0.732}{1 - 0.8} \right] = 0.316 \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

( $X_A^*$  در حال تعادل با  $y_{AG}$ )، آنگاه می توان گفت که ماکزیمم نیروی محرکه ممکن برای انتقال جرم در فاز مایع برابر با  $X_A^* - X_{AL}$  خواهد بود و فلاکس مولی در این حالت:

$$N_{AZ} = K_X (X_A^* - X_{AL})$$

$K_X$  = ضریب کلی و موضعی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع

1\*  $X_A^* - X_{AL} =$  ماکزیمم نیروی محرکه ممکن برای فاز مایع

غلظت A در فاز مایع در حال تعادل با  $y_{AG}$   $X_A^* =$

از تلفیق دو رابطه بالا می توان نوشت:

$$K_y (y_{AG} - y_A^*) = K_X (X_A^* - X_{AL})$$

$$\frac{\text{ماکزیمم نیروی محرکه فاز گاز}}{\text{ماکزیمم نیروی محرکه فاز مایع}} = \frac{(y_{AG} - y_A^*)}{(X_A^* - X_{AL})} = \frac{K_X}{K_Y} =$$

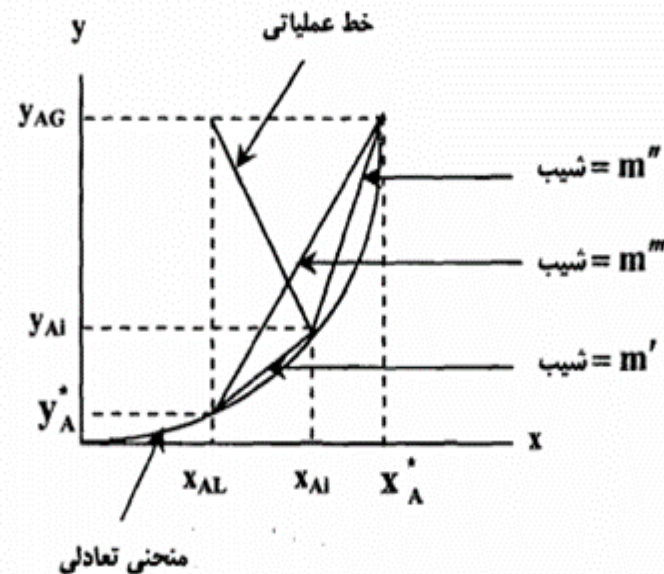
ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع

ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز گاز

رابطه بین ضرایب کلی و موضعی (K) و ضرایب فیلمی و موضعی (k)

به شکل توجه کنید بر اساس روابط گذشته:

$$\begin{aligned} N_{AZ} &= k_X (x_{Ai} - x_{AL}) \\ &= k_Y (y_{AG} - y_{Ai}) \\ &= K_X (x_A^* - x_{AL}) \\ &= K_Y (y_{AG} - y_A^*) \end{aligned}$$



شکل ۴-۵ خط عملیاتی و منحنی تعادلی در موضعی خاص (انتقال جرم از گاز به مایع)

$$m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{X_{Ai} - X_{AL}}$$

$$m'' = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{X_A^* - X_{Ai}}$$

$$y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*)$$

$$\frac{N_{AZ}}{K_y} = \frac{N_{AZ}}{k_y} + m'(X_{Ai} - X_{AL})$$

$$\frac{N_{AZ}}{K_y} = \frac{N_{AZ}}{K_y} + \frac{m' N_{AZ}}{k_X}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_X} (*)$$

به همین ترتیب با توجه به شکل می توان نوشت:

$$(X_A^* - X_{AL}) = (X_A^* - X_{Ai}) + (X_{Ai} - X_{AL})$$

با جایگذاری مناسب مطابق فوق می توان نشان داد:

$$\frac{1}{K_X} = \frac{1}{k_X} + \frac{1}{m'' k_y} (**)$$

روابط (\*) و (\*\*\*) رابطه بین ضرایب کلی انتقال جرم و ضرایب فیلمی گاز و مایع را نشان می‌دهد. به رابطه (\*) توجه کنید، در این رابطه می‌توانیم مقاومت‌های موجود در هر دوفاز را مشخص نماییم:

$$\frac{1}{K_y} = \text{مقاومت کلی بر مبنای فاز گاز}$$

$$\frac{1}{k_y} = \text{مقاومت فیلم گاز}$$

$$\frac{m'}{k_X} = \text{مقاومت فیلم مایع}$$

همینطور با توجه به رابطه (\*\*\*):

$$\frac{1}{K_X} = \text{مقاومت کلی بر مبنای فاز مایع}$$

$$\frac{1}{k_X} = \text{مقاومت فیلم مایع}$$

$$\frac{1}{m'' k_y} = \text{مقاومت فیلم گاز}$$

اگر منحنی تعادل به صورت خط مستقیم درآید، در آن صورت  $m' = m'' = m$  خواهد شد.

## چند نکته!

- $\frac{1}{k_y}$  مقاومت فیلم گاز است اگر مقاومت کل بر مبنای فاز گاز  $(\frac{1}{K_y})$  تعریف شود.  $\frac{1}{m'' k_y}$  مقاومت فاز گاز است. اگر مقاومت کل بر مبنای فاز مایع  $(\frac{1}{K_X})$  تعریف می شود.
- مقاومت کل بر مبنای فاز گاز  $(\frac{1}{K_y})$  و مقاومت کل بر مبنای فاز مایع  $(\frac{1}{K_X})$  از نظر عددی با هم متفاوت هستند. لیکن فلاکس انتقال جرم از هر یک از روابط  $N_{AZ} = k_y (y_{AG} - y_{Ai})$  و  $N_{AZ} = k_X (x_{Ai} - x_{AL})$  و  $1^*$  مساوی خواهد بود، زیرا هر ضریب انتقال جرم نیروی محرکه خاص خود را دارد.
- مقایسه مقاومتها در دو فاز  
الف: اگر  $\frac{1}{K_y} \gg \frac{m'}{k_X}$  باشد و یا آنکه  $k_X \approx k_y$  و  $m' \ll$  آنگاه:  
مقاومت فیلم گاز  $\approx$  مقاومت کل  
یا  $K_y = k_y$  یا  $\frac{1}{K_y} \approx \frac{1}{k_y}$   
لذا می توان گفت که مقاومت فاز گاز، کنترل کننده نرخ انتقال جرم است.

ب: اگر  $\frac{1}{k_x} \gg \frac{1}{m'' k_y}$  باشد و یا آنکه  $k_x \approx k_y$  و  $m'' \gg$  آنگاه:

مقاومت فیلم مایع  $\approx$  مقاومت کل

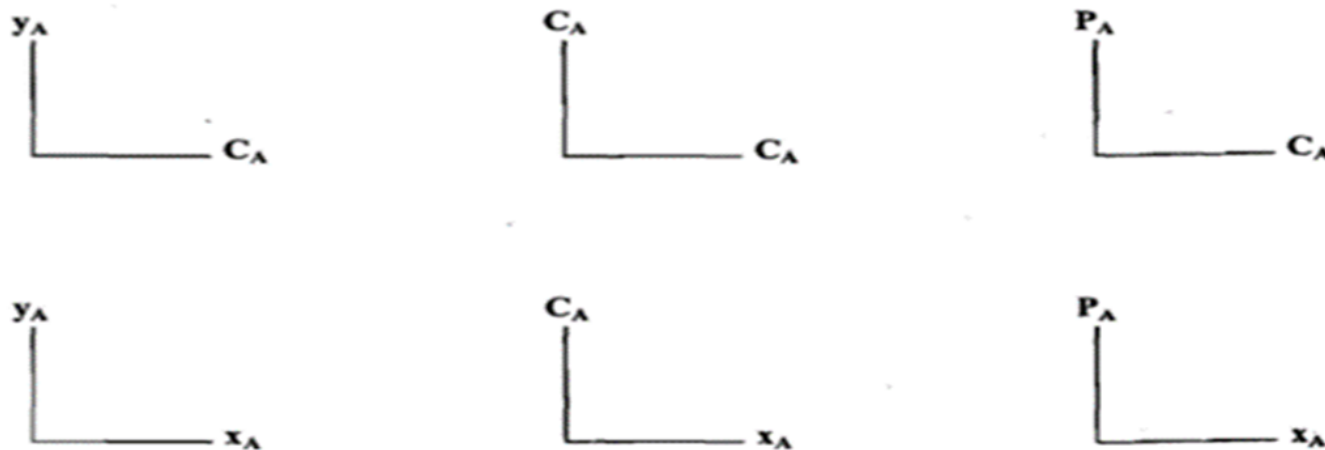
$$\frac{1}{K_x} \approx \frac{1}{k_x} \quad \text{یا} \quad K_x = k_x$$

لذا می توان گفت که مقاومت فاز مایع، کنترل کننده نرخ انتقال جرم است.

• با توجه به شکل ۴-۵ می توان نشان داد:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{m'''}{k_x}$$

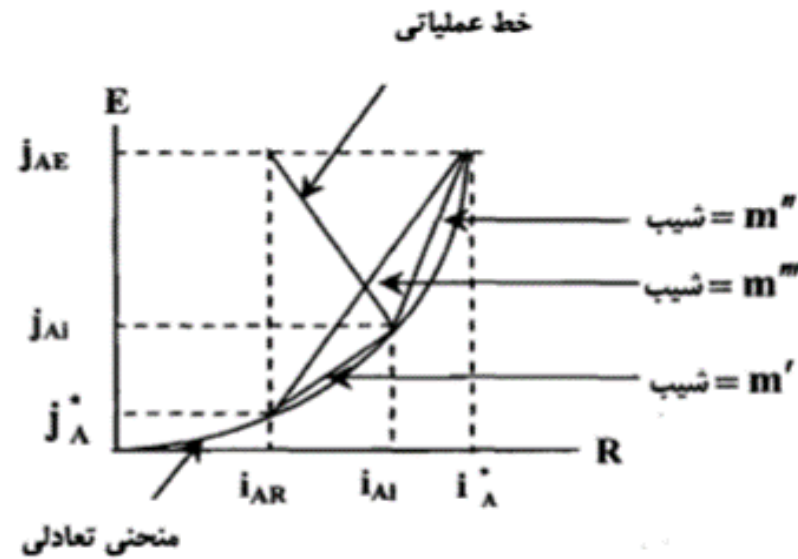
• در حالت کلی وقتی دو فاز E و R (دو فاز غیر قابل امتزاج) در حال تماس و انتقال جرم باشند و منحنی تعادلی جزء خاص بین این دو فاز مشخص باشد، (توجه کنید منحنی تعادلی جزء i بین دو فاز را می توان به شکل های مختلف نشان داد. مثلا برای تماس دو فاز گاز - مایع هر یک از شکل های زیر امکان پذیر است:



شکل ۵-۵ شکلهای مختلف منحنی تعادلی جزء انتقالی A بین دو فاز مایع - گاز



و یا به طور کلی منحنی تعادلی جزء  $i$  بین دو فاز  $R$  و  $E$  به صورت :



شکل ۵-۶ منحنی تعادلی جزء  $i$  بین دو فاز  $R$  و  $E$  به همراه خط عملیاتی در موضعی خاص

آنگاه رابطه بین ضرایب کلی و فیلمی انتقال جرم در موضع خاص عبارتست از:

$$\frac{1}{K_E} = \frac{1}{k_E} + \frac{m'}{k_R} \quad , \quad \frac{1}{K_R} = \frac{1}{k_R} + \frac{1}{m'' k_E} \quad , \quad \frac{1}{K_E} = \frac{m'''}{K_R}$$

$$m' = \frac{j_{Ai} - j_A^*}{i_{Ai} - i_{AR}}$$

$$m'' = \frac{j_{AE} - j_{Ai}}{i_A^* - i_{Ai}}$$

$$m''' = \frac{j_{AE} - j_A^*}{i_A^* - i_{AR}}$$

در روابط کلی فوق:

$k_E$  = ضریب انتقال جرم فیلمی در فاز E

$k_R$  = ضریب انتقال جرم فیلمی در فاز R

$K_E$  = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز E

$K_R$  = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز R

**مثال** در یک محلول رقیق از سیستم هوا -  $\text{SO}_2$  - آب، رابطه فشار جزئی  $\text{SO}_2$  بر حسب جزء مولی آن در فاز مایع بصورت  $P_A = 2.5 x_A$  ارائه شده است که  $P_A$  بر حسب اتمسفر و فشار کل اتمسفر می باشد. در توده فاز مایع و در موضعی خاص، غلظت  $\text{SO}_2$  بدست آمده است. ( $x_{AL} = 0$  و  $y_{AG} = 0.01$ ). ضریب انتقال جرم برای این فرآیند و در موضع خاص به صورت زیر داده شده است.

$$k'_X = 10 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{h}(\text{mole fraction})}$$

$$k'_y = 8 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{h}(\text{mole fraction})}$$

فرض کنید انتقال جرم مساوی و متقابل صورت می گیرد.

الف - مطلوبست محاسبه  $K'_X$

ب - غلظت  $\text{SO}_2$  در فصل مشترک ( $y_{Ai}$  و  $x_{Ai}$ )

ج - مطلوبست محاسبه فلاکس موضعی A

**حل:** الف -

$$P_A = 2.5 x_A \quad , \quad y_A = \frac{P_A}{P_t} \quad , \quad P_t = 1 \text{ atm} \quad , \quad y_A = 2.5 x_A$$

بنابر این منحنی تعادل جزء بر حسب  $x_A$  و  $y_A$  به صورت خط راست خواهد بود.

$$m' = m'' = 2.5$$

$$\frac{1}{K'_X} = \frac{1}{k'_X} + \frac{1}{m'' k'_y}$$

$$K'_X = 6.67 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 (\text{mole fraction})}$$

$$-\frac{k'_X}{k'_y} = \frac{y_A - y_{Ai}}{X_A - X_{Ai}} = -\frac{10}{8} = -1.25$$

ب -

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{Ai} = -1.25 X_{Ai} + 0.01 \text{ معادله خط عمل در موضع خاص} \\ y_{Ai} = 2.5 X_{Ai} \text{ منحنی تعادل} \end{array} \right.$$

$$y_{Ai} = 0.0067, X_{Ai} = 0.00267$$

بنابراین:

$$N_A = k'_X (X_{Ai} - X_A) = 0.0267 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

ج -

**ادامه مثال قبل -** اگر غلظت‌ها در موضع خاص در توده گاز و مایع به ترتیب  $y_{AG} = 0.04$  و  $X_{AL} = 0.01$  باشد، غلظت‌ها در فصل مشترک چقدر خواهد بود؟

**حل:** به روش فوق خواهیم داشت:

$$X_{Ai} = 0.014 \quad , \quad y_{Ai} = 0.035$$

**مثال -** در یک ستون دیواره مرطوب، جذب دی‌اکسید گوگرد از هوا توسط آب صورت می‌گیرد. در نقطه‌ای از دستگاه جزء حجمی  $SO_2$  در توده گاز 0.1 و درصد  $SO_2$  در مایع 0.4 درصد می‌باشد. دانسیته مایع در این نقطه  $\rho = \frac{kg}{m^3}$  است. دما 50 درجه سانتیگراد و فشار سیستم اتمسفر است. ملاحظه شده که 47٪ از کل مقاومت در فاز در فاز گازی 53٪ از کل مقاومت در فاز مایع قرار دارد. ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای گاز  $K_G = 7.36 \times 10^{-10} \frac{kmol}{m^2 s \frac{N}{m^2}}$  می‌باشد. نتایج مربوط به داده‌های تعادلی  $SO_2$  بین آب و هوا به شرح زیر ارائه شده است.

کیلوگرم $SO_2$ ۱۰۰ کیلوگرم آب	۰/۲	۰/۳	۰/۵	۰/۷
فشار جزئی $SO_2$ [mmHg]	۲۹	۴۶	۸۳	۱۱۹

مطلوبست:

الف- ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع  $K_L$

ب- ضرایب فیلمی انتقال جرم  $k_G, k_y, k_c, k_x, k_L$

ج- مقادیر غلظت‌ها در فصل مشترک

د- ضخامت فیلم‌های انتقال جرم در فاز گاز و مایع در موضع خاص

**حل:** با توجه به بعد  $k_L, k_G$

$$K_G \left[ \frac{\text{kmol}}{m^2 s \frac{N}{m^2}} \right] \rightarrow \Delta P = \text{نیرو محرکه در فاز گاز}$$

$$K_L \left[ \frac{m}{s} \right] \rightarrow \Delta C = \text{نیروی محرکه در فاز مایع}$$

بنابر این بهتر است منحنی تعادلی  $SO_2$  بین هوا و آب به صورت  $C_A$  (در فاز مایع) بر حسب  $P_A$  (در فاز گاز) رسم شود.

$$C_A = x_A C = x_A \left( \frac{\rho}{M} \right) \quad \text{در فاز مایع:}$$

$$x_A = \frac{\frac{0.2}{64}}{\frac{0.2}{64} + \frac{100}{18.02}} = 5.63 \times 10^{-4}$$

برای داده تعادلی  $\frac{0.2 \text{ کیلوگرم } SO_2}{100 \text{ کیلوگرم آب}}$  داریم:

$$M = x_A M_A + (1 - x_A) M_B = 5.63 \times 10^{-4} \times 64 + (1 - 5.63 \times 10^{-4})(18.02) = 18.05$$

فرض می‌کنیم دانسیته مایع همان ۹۹۰ باشد (تغییرات آن با توجه به حلالیت بسیار کم  $SO_2$  قابل اغماض است).

$$C_A = 5.63 \times 10^{-4} \left( \frac{990}{18.05} \right) = 0.0309$$

در فاز گاز: برای داده تعادلی 29mmHg (فشار جزئی  $SO_2$ ) داریم:

$$P_A = 29 \times \frac{101330}{760} = 3866$$

تمامی داده‌های تعادلی را به ترتیب فوق  $P_A$  و  $C_A$  تبدیل و منحنی تعادل را رسم می‌کنیم.

$C_A$	۰/۰۳۰۹	۰/۰۴۶	۰/۰۷۷	۰/۱۰۷
$P_A$	۳۸۶۶	۶۱۳۳	۱۱۰۶۶	۱۵۸۶۶

منحنی تعادلی تقریباً به صورت خط راست خواهد بود ،

$$m' = m'' = m''' = 1.55 \times 10^5$$

$$K_L = m''' K_G = 1.55 \times 10^5 \times 7.36 \times 10^{-10} = 1.14 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{m}{k_L}$$

ب: محاسبه ضرایب فیلم انتقال جرم

$$\left(\frac{1}{k_G}\right) / \left(\frac{1}{K_G}\right) = 0.47$$

۴۷٪ مقاومت در فاز گاز یعنی:

$$K_G = 1.57 \times 10^{-9} \left[ \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s} \frac{N}{\text{m}^2}} \right]$$

$$\left(\frac{m}{k_L}\right) / \left(\frac{1}{K_G}\right) = 0.53$$

۵۳٪ مقاومت در فاز مایع یعنی:

$$k_L = 2.15 \times 10^{-4} \left[ \frac{m}{s} \right]$$

**توجه:** با وجود آنکه  $m \gg 1$  است اما چون  $k_L$  و  $k_G$  مساوی نیستند، لذا نمی‌توان فقط با توجه به مقدار بسیار بزرگ  $m$  نتیجه‌گیری نمود که کل مقاومت در فاز مایع باشد. همانطور که در مسئله نیز قید شده است فقط ۵۳٪ از کل مقاومت در فاز مایع قرار دارد.

$$k_y = k_G P_T$$



$$k_y = 1.59 \times 10^{-4} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$k_C = k_G RT$$

$$k_C = 4.21 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_x = k_L C$$

$$k_x = 1.18 \times 10^{-2} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

ج: غلظت‌ها در فصل مشترک: غلظت A در موضع خاص در فاز مایع ۰.۴٪ و در فاز گاز ۰.۱ جزء مولی است. طبق روش محاسبه شده فوق:

$$C_A = C_{AL} = 0.062 \text{ موضع خاص}$$

$$P_A = P_{AG} = 10133 \text{ موضع خاص}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_{Ai} - 10133}{C_{Ai} - 0.062} = - \frac{k_L}{k_G} = - \frac{2.15 \times 10^{-4}}{1.57 \times 10^{-9}} \\ P_{Ai} = 1.55 \times 10^5 C_{Ai} \end{array} \right.$$

$$C_{Ai} = 0.064 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$P_{Ai} = 9920 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

از حل دستگاه فوق، غلظت ها در فصل مشترک بدست می آید.

د- ضخامت فیلم مایع

$$F_L = \frac{D_{AB}C}{Z_L}$$

$$C_{BM} = \frac{C_{B_2} - C_{B_1}}{\ln \frac{C_{B_2}}{C_{B_1}}} \approx C = 54.94$$

$$C_{A_1} = 0.064$$

$$F_L = 2.5 \times 10^{-4} \times 54.94 = 0.013735 \quad \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$C_{A_2} = 0.062$$

$$C = \left( \frac{\rho}{M} \right) \approx \frac{990}{18.02} = 54.94$$

$$Z_L = \frac{1.7 \times 10^{-9} \times 54.94}{0.013735} = 6.8 \times 10^{-6} \text{m}$$

$$D_{AB} = D_{\text{SO}_2\text{-H}_2\text{O}} = 1.7 \times 10^{-9} \quad \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad T=50^\circ\text{C}$$

$$Z_L = 0.0068 \quad \text{mm}$$

$$F = k_L x_{BM} C = k_L C_{BM}$$

$$F_G = \frac{D_{AC}C}{Z_G}$$

$$D_{AC} = D_{SO_2-Air} = 2 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} \quad T=50^\circ C$$

$$C = \frac{P_t}{RT} = \frac{101330}{8314 \times (273 + 50)} = 0.0377$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_G = k_G P_{B,M} \\ P_{A_1} = 0.1 \times 101330 = 10133 \quad P_{A_1} = 9920 \quad P_B = P_t - P_A \\ P_{B_1} = 91197 \frac{N}{m^2} \quad P_{B_2} = 91410 \end{array} \right.$$

$$P_{B,M} = \frac{P_{B_2} - P_{B_1}}{\ln P_{B_2} / P_{B_1}} = 91303$$

$$F_G = 1.57 \times 10^{-9} \times 91303 = 1.433 \times 10^{-4}$$

$$Z_G = \frac{2 \times 10^{-5} \times 0.0377}{1.433 \times 10^{-4}} = 5.24 \times 10^{-3} m$$

$$Z_G = 5.26 \text{ mm}$$

## ضرایب کلی و موضعی انتقال جرم $F_{OL}$ و $F_{OG}$

رابطه کلی زیر را برای انتقال جرم سیستم دو جزئی با تعریف  $F$  به نام ضریب کلی انتقال جرم بدست آوردیم:

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - \frac{C_{A2}}{C}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - \frac{C_{A1}}{C}}$$

با توجه به تعاریف نسبت های  $\frac{C_{A2}}{C}$  و  $\frac{C_{A1}}{C}$  در هر یک از فازها به شکل های مختلفی از  $F$  خواهیم رسید. اگر فقط فیلم مربوط به فاز گازی با نیروی محرکه  $y_{AG} - y_{Ai}$  در نظر گرفته شود، آنگاه: (انتقال جرم از فاز گاز به مایع)

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_G \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{Ai}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{AG}}$$

اگر فقط فیلم مایع با نیروی محرکه  $x_{Ai} - x_{AL}$  در نظر گرفته شود، آنگاه:

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_L \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{AL}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{Ai}}$$

اگر کل سیستم (دو فاز) بر مبنای فاز گاز با نیرو محرکه  $y_{AG} - y_A^\circ$  در نظر گرفته شود، آنگاه:

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_{OG} \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_A^\circ}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{AG}}$$

و اگر کل سیستم (دوفاز) بر مبنای فاز مایع با نیروی محرکه  $x_A^\circ - x_{AL}$  در نظر گرفته شود، آنگاه:

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_{OL} \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{AL}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_A^\circ}$$

در این روابط که برای موضعی خاص نوشته شده است ،

$F_L$  = ضریب انتقال جرم فیلم مایع (موضعی - حالت عمومی)

$F_G$  = ضریب انتقال جرم فیلم گاز (موضعی - حالت عمومی)

$F_{OL}$  = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع (موضعی - حالت عمومی)

$F_{OG}$  = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز گاز (موضعی - حالت عمومی)

تعریف می شوند.

## غلظت ها در فصل مشترک و محاسبهٔ فلاکس موضعی

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_G \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{Ai}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{AG}} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} F_L \ln \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{AL}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{Ai}}$$

$$\left[ \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{Ai}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - y_{AG}} \right] = \left[ \frac{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{AL}}{\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} - x_{Ai}} \right]^{\frac{F_L}{F_G}}$$

معادله فوق، منحنی عملیاتی در موضع خاص خواهد بود. حال اگر منحنی فوق را از نقطه  $\begin{bmatrix} x_{AL} \\ y_{AG} \end{bmatrix}$  رسم

کنیم تا منحنی تعادلی را قطع نماید، محل تلاقی  $\begin{bmatrix} x_{Ai} \\ y_{Ai} \end{bmatrix}$  خواهد بود.