

مثال : در برج جداره مرطوبی به قطر داخل 1" آب از بالا و مخلوط آمونیاک و هوا از پائین برج وارد می شود. آب از روی دیواره و گاز از وسط برج حرکت می کند. در برش معینی از این برج، جزء مولی آمونیاک در توده گاز 0.8 و در توده مایع 0.05 است. درجه حرارت و فشار به ترتیب 80°F و یک جو است. شدت جریان دو فاز به میزانی است که، برای انتقال جرم از سیستمهای دقیق، ضریب انتقال جرم در فاز مایع برابر $k_L = 0.34 \frac{\text{lb}_{\text{mol}}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2}$ و عدد شرود برای فاز گاز 40 می باشد. ضریب نفوذ مولکولی آمونیاک در هوا $0.89 \text{ ft}^2/\text{hr}$ است. به فرض اینکه آب تبخیر نگردد، شدت موضعی جذب آمونیاک در این برش را محاسبه نمایید.

اطلاعات زیر در مورد نحوه توزیع تعادل آمونیاک بین آب و هوا در 80°F در دسترس است.

جزء مولی آمونیاک در هوا $y_A = P_A / 14.7$	فشار جزئی آمونیاک در هوا $P_A: \text{lb}_f/\text{in}^2$	جزء مولی آمونیاک در آب x_A
0	0	0
0.0707	1.04	0.05
0.1347	1.98	0.1
0.590	8.69	0.25
0.920	13.52	0.3

حل: به علت زیاد بودن غلظت آمونیاک در فاز گازی به جای ضرائب نوع K باید از ضریب عمومی F استفاده کرد.

$$\text{From Table : } F_L = K_L x_{BM} C$$

با توجه به اینکه جرم مولکولی آمونیاک تقریباً برابر آب است، جرم ویژه محلول رقیق آمونیاک در آب تقریباً برابر با جرم ویژه آب خالص است.

$$C = \frac{\rho}{M} = \frac{62.3}{18} = 3.44 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^3}$$

به خاطر رقیق بودن $x_{BM} \approx 1$ می باشد پس

$$F_L = (0.34)(3.44)(1) = 1.17 \quad \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

در فاز گاز داریم :

$$Sh = \frac{F_G \cdot d}{C \cdot D_A}$$

$$C = \frac{P}{RT} \quad \text{or} \quad C = \frac{1}{359} \frac{492}{460 + 80} = 0.00254 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^3}$$

$$F_G = \frac{40.C.D_A}{d} = \frac{(40)(0.00254)(0.89)}{1/12} = 1.085 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^2}$$

از آنجائی که تنها مولکولهای آمونیاک انتقال می یابند پس $N_B=0$ و $\frac{N_A}{\sum N} = 1$ خواهد بود. با تغییر دادن y_{Ai} به

y_A و x_{Ai} به x_A و معادله ی زیر

$$\frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{Ai}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{AG}} = \left(\frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{Ai}} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$

خواهیم داشت :

$$\frac{1 - y_A}{1 - y_{AG}} = \left(\frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}} \Rightarrow 1 - y_A = (1 - y_{AG}) \left(\frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$

$$\Rightarrow y_A = 1 - (1 - y_{AG}) \left(\frac{1 - x_{AL}}{1 - x_A} \right)^{\frac{F_L}{F_G}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_A = 1 - (1 - 0.8) \left(\frac{1 - 0.05}{1 - x_A} \right)^{1.078} \Rightarrow$$

x_A	0.05	0.15	0.25	0.3
y_A	0.8	0.78	0.742	0.722

منحنی به دست آمده از این نقاط منحنی تعادل را در نقطه ای به مختصات x_{A_i} و y_{A_i} قطع می کند. این مختصات که برابر با غلظت آمونیاک در فصل مشترک است از روی شکل برابر $x_{A_i}=0.274$ و $y_{A_i}=0.732$ خوانده می شود. حال با داشتن معادله

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_L \cdot \ln \left[\frac{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_L}}{\frac{N_A}{\sum N} - x_{A_i}} \right] = (1)(1.17) \ln \left[\frac{1 - 0.05}{1 - 0.274} \right] = 0.316 \quad \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

یا

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N} \cdot F_G \cdot \ln \left[\frac{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_i}}{\frac{N_A}{\sum N} - y_{A_G}} \right] = (1)(1.085) \ln \left[\frac{1 - 0.732}{1 - 0.8} \right] = 0.316 \quad \frac{lb_{mol}}{hr \cdot ft^2}$$

(X_A^* در حال تعادل با y_{AG})، آنگاه می توان گفت که ماکزیمم نیروی محرکه ممکن برای انتقال جرم در فاز مایع برابر با $X_A^* - X_{AL}$ خواهد بود و فلاکس مولی در این حالت:

$$N_{AZ} = K_X (X_A^* - X_{AL})$$

K_X = ضریب کلی و موضعی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع

$$1^* \quad X_A^* - X_{AL} = \text{ماکزیمم نیروی محرکه ممکن برای فاز مایع}$$

غلظت A در فاز مایع در حال تعادل با y_{AG} X_A^*

از تلفیق دو رابطه بالا می توان نوشت:

$$K_y (y_{AG} - y_A^*) = K_X (X_A^* - X_{AL})$$

$$\frac{\text{ماکزیمم نیروی محرکه فاز گاز}}{\text{ماکزیمم نیروی محرکه فاز مایع}} = \frac{(y_{AG} - y_A^*)}{(X_A^* - X_{AL})} = \frac{K_X}{K_Y} =$$

$$\frac{\text{ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع}}{\text{ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز گاز}}$$

رابطه بین ضرایب کلی و موضعی (K) و ضرایب فیلمی و موضعی (k)

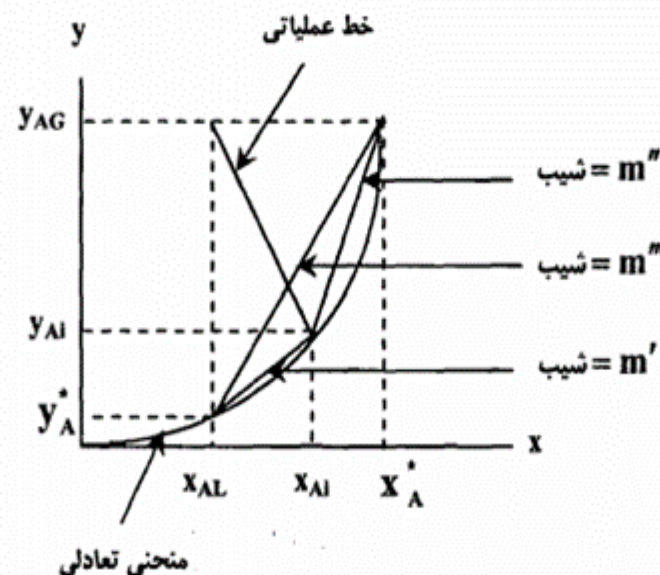
به شکل توجه کنید بر اساس روابط گذشته:

$$N_{AZ} = k_X (x_{Ai} - x_{AL})$$

$$= k_Y (y_{AG} - y_{Ai})$$

$$= K_X (x_A^* - x_{AL})$$

$$= K_Y (y_{AG} - y_A^*)$$



شکل ۴-۵ خط عملیاتی و منحنی تعادلی در موضعی خاص (انتقال جرم از گاز به مایع)

$$m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{X_{Ai} - X_{AL}}$$

$$m'' = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{X_A^* - X_{Ai}}$$

$$y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*)$$

$$\frac{N_{AZ}}{K_y} = \frac{N_{AZ}}{k_y} + m'(X_{Ai} - X_{AL})$$

$$\frac{N_{AZ}}{K_y} = \frac{N_{AZ}}{K_y} + \frac{m' N_{AZ}}{k_X}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_X} (*)$$

به همین ترتیب با توجه به شکل می توان نوشت:

$$(X_A^* - X_{AL}) = (X_A^* - X_{Ai}) + (X_{Ai} - X_{AL})$$

با جایگذاری مناسب مطابق فوق می توان نشان داد:

$$\frac{1}{K_X} = \frac{1}{k_X} + \frac{1}{m'' k_y} (**)$$

روابط (*) و (**) رابطه بین ضرایب کلی انتقال جرم و ضرایب فیلمی گاز و مایع را نشان می‌دهد. به رابطه (*) توجه کنید، در این رابطه می‌توانیم مقاومت‌های موجود در هر دوفاز را مشخص نماییم:

$$\frac{1}{K_y} = \text{مقاومت کلی بر مبنای فاز گاز}$$

$$\frac{1}{k_y} = \text{مقاومت فیلم گاز}$$

$$\frac{m'}{k_X} = \text{مقاومت فیلم مایع}$$

همینطور با توجه به رابطه (**):

$$\frac{1}{K_X} = \text{مقاومت کلی بر مبنای فاز مایع}$$

$$\frac{1}{k_X} = \text{مقاومت فیلم مایع}$$

$$\frac{1}{m'' k_y} = \text{مقاومت فیلم گاز}$$

اگر منحنی تعادل به صورت خط مستقیم درآید، در آن صورت $m' = m'' = m$ خواهد شد.

چند نکته!

- $\frac{1}{k_y}$ مقاومت فیلم گاز است اگر مقاومت کل بر مبنای فاز گاز $(\frac{1}{K_y})$ تعریف شود. $\frac{1}{m'' k_y}$ مقاومت فاز گاز است. اگر مقاومت کل بر مبنای فاز مایع $(\frac{1}{K_X})$ تعریف می‌شود.

- مقاومت کل بر مبنای فاز گاز $(\frac{1}{K_y})$ و مقاومت کل بر مبنای فاز مایع $(\frac{1}{K_X})$ از نظر عددی با هم متفاوت هستند. لیکن فلاکس انتقال جرم از هر یک از روابط $N_{AZ} = k_X (x_{Ai} - x_{AL}) =$ و $N_{AZ} = k_y (y_{AG} - y_{Ai})$ و 1^* مساوی خواهد بود، زیرا هر ضریب انتقال جرم نیروی محرکه خاص خود را دارد.

- مقایسه مقاومت‌ها در دو فاز

الف: اگر $\frac{m'}{k_X} > \frac{1}{K_y}$ باشد و یا آنکه $k_X \approx k_y$ و $m' < <$ آنگاه:

$$\frac{1}{K_y} \approx \frac{1}{k_y} \quad \text{یا} \quad K_y = k_y \quad \text{مقاومت فیلم گاز} \approx \text{مقاومت کل}$$

لذا می‌توان گفت که مقاومت فاز گاز، کنترل کننده نرخ انتقال جرم است.

ب: اگر $\frac{1}{m'' k_y} \gg \frac{1}{k_x} \gg k_y \approx k_x$ باشد و یا آنکه $m'' \gg$ آنگاه:

مقاومت فیلم مایع $\approx$ مقاومت کل

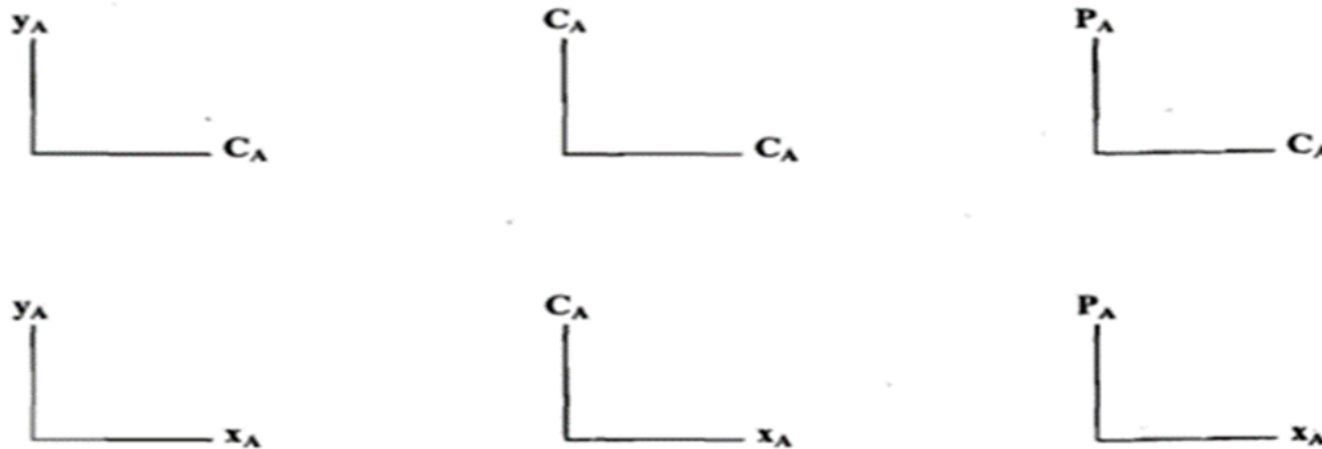
$$K_X = k_X \quad \text{یا} \quad \frac{1}{K_X} \approx \frac{1}{k_X}$$

لذا می توان گفت که مقاومت فاز مایع، کنترل کننده نرخ انتقال جرم است.

• با توجه به شکل ۵-۴ می توان نشان داد:

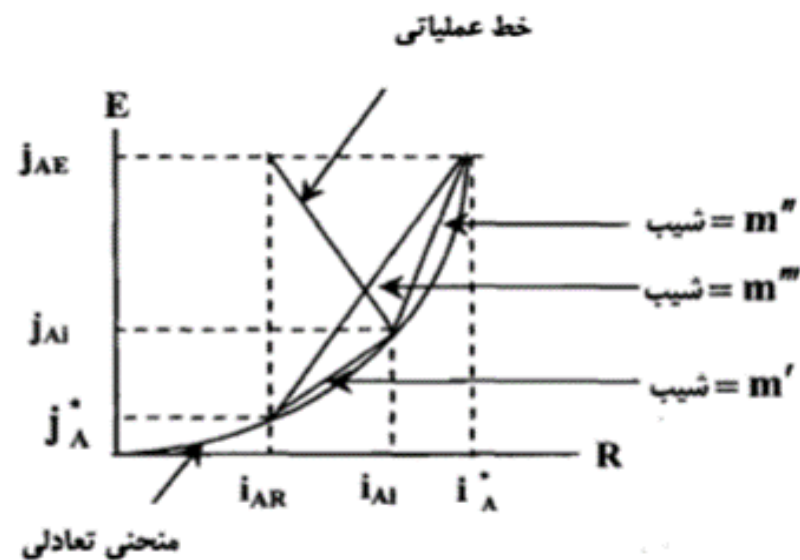
$$\frac{1}{K_y} = \frac{m'''}{k_X}$$

- در حالت کلی وقتی دو فاز E و R (دو فاز غیر قابل امتزاج) در حال تماس و انتقال جرم باشند و منحنی تعادلی جزء خاص بین این دو فاز مشخص باشد، (توجه کنید منحنی تعادلی جزء i بین دو فاز را می توان به شکل های مختلف نشان داد. مثلاً برای تماس دو فاز گاز - مایع هر یک از شکل های زیر امکان پذیر است:



شکل ۵-۵ شکلهای مختلف منحنی تعادلی جزء انتقالی A بین دو فاز مایع - گاز

و یا به طور کلی منحنی تعادلی جزء i بین دو فاز R و E به صورت :



شکل ۵-۶ منحنی تعادلی جزء i بین دو فاز R و E به همراه خط عملیاتی در موضعی خاص

آنگاه رابطه بین ضرایب کلی و فیلمی انتقال جرم در موضع خاص عبارتست از:

$$\frac{1}{K_E} = \frac{1}{k_E} + \frac{m'}{k_R} \quad , \quad \frac{1}{K_R} = \frac{1}{k_R} + \frac{1}{m'' k_E} \quad , \quad \frac{1}{K_E} = \frac{m'''}{K_R}$$

$$m' = \frac{j_{Ai} - j_A^*}{i_{Ai} - i_{AR}}$$

$$m'' = \frac{j_{AE} - j_{Ai}}{i_A^* - i_{Ai}}$$

$$m''' = \frac{j_{AE} - j_A^*}{i_A^* - i_{AR}}$$

در روابط کلی فوق:

k_E = ضریب انتقال جرم فیلمی در فاز E

k_R = ضریب انتقال جرم فیلمی در فاز R

K_E = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز E

K_R = ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز R

مثال در یک محلول رقیق از سیستم هوا - SO_2 - آب، رابطه فشار جزئی SO_2 بر حسب جزء مولی آن در فاز مایع بصورت $P_A = 2.5 x_A$ ارائه شده است که P_A بر حسب اتمسفر و فشار کل اتمسفر می باشد. در توده فاز مایع و در موضعی خاص، غلظت SO_2 بدست آمده است. ($x_{AL} = 0$ و $y_{AG} = 0.01$). ضریب انتقال جرم برای این فرآیند و در موضع خاص به صورت زیر داده شده است.

$$k'_X = 10 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ h (mole fraction)}}$$

$$k'_y = 8 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{ h (mole fraction)}}$$

فرض کنید انتقال جرم مساوی و متقابل صورت می گیرد.

الف - مطلوبست محاسبه K'_X

ب - غلظت SO_2 در فصل مشترک (y_{Ai} و x_{Ai})

ج - مطلوبست محاسبه فلاکس موضعی A

حل: الف -

$$P_A = 2.5 x_A \quad , \quad y_A = \frac{P_A}{P_t} \quad , \quad P_t = 1 \text{ atm} \quad , \quad y_A = 2.5 x_A$$

بنابر این منحنی تعادل جزء بر حسب x_A و y_A به صورت خط راست خواهد بود.

$$m' = m'' = 2.5$$

$$\frac{1}{K'_X} = \frac{1}{k'_X} + \frac{1}{m'' k'_y}$$

$$K'_X = 6.67 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 (\text{mole fraction})}$$

$$-\frac{k'_X}{k'_y} = \frac{y_A - y_{Ai}}{X_A - X_{Ai}} = -\frac{10}{8} = -1.25$$

ب -

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{Ai} = -1.25 X_{Ai} + 0.01 \text{ معادله خط عمل در موضع خاص} \\ y_{Ai} = 2.5 X_{Ai} \text{ منحنی تعادل} \end{array} \right.$$

$$y_{Ai} = 0.0067, X_{Ai} = 0.00267$$

بنابراین:

$$N_A = k'_X (X_{Ai} - X_A) = 0.0267 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

ج -

ادامه مثال قبل - اگر غلظت‌ها در موضع خاص در توده گاز و مایع به ترتیب $y_{AG} = 0.04$ و $X_{AL} = 0.01$ باشد، غلظت‌ها در فصل مشترک چقدر خواهد بود؟

حل: به روش فوق خواهیم داشت:

$$X_{Ai} = 0.014, \quad y_{Ai} = 0.035$$

مثال - در یک ستون دیواره مرطوب، جذب دی‌اکسید گوگرد از هوا توسط آب صورت می‌گیرد. در نقطه‌ای از دستگاه جزء حجمی SO_2 در توده گاز 0.1 و درصد SO_2 در مایع ۰.۴ درصد می‌باشد. دانسیته مایع در این نقطه $\rho = \frac{kg}{m^3}$ است. دما ۵۰ درجه سانتیگراد و فشار سیستم اتمسفر است. ملاحظه شده که ۴۷٪ از کل مقاومت در فاز در فاز گازی ۵۳٪ از کل مقاومت در فاز مایع قرار دارد. ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای گاز $K_G = 7.36 \times 10^{-10} \frac{kmol}{m^2 s \frac{N}{m^2}}$ می‌باشد. نتایج مربوط به داده‌های تعادلی SO_2 بین آب و هوا به شرح زیر ارائه شده است.

کیلوگرم SO_2 ۱۰۰ کیلوگرم آب	۰/۲	۰/۳	۰/۵	۰/۷
فشار جزئی SO_2 [mmHg]	۲۹	۴۶	۸۳	۱۱۹

مطلوبست:

الف- ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز مایع K_L

ب- ضرایب فیلمی انتقال جرم k_G, k_y, k_c, k_x, k_L

ج- مقادیر غلظت‌ها در فصل مشترک

د- ضخامت فیلم‌های انتقال جرم در فاز گاز و مایع در موضع خاص

حل: با توجه به بعد k_L, k_G

$$K_G \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \right] \rightarrow \Delta P = \text{نیروی محرکه در فاز گاز}$$

$$K_L \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \rightarrow \Delta C = \text{نیروی محرکه در فاز مایع}$$

بنابر این بهتر است منحنی تعادلی SO_2 بین هوا و آب به صورت C_A (در فاز مایع) بر حسب P_A (در فاز گاز) رسم شود.

$$C_A = x_A C = x_A \left(\frac{\rho}{M} \right) \quad \text{در فاز مایع:}$$

$$x_A = \frac{\frac{0.2}{64}}{\frac{0.2}{64} + \frac{100}{18.02}} = 5.63 \times 10^{-4}$$

برای داده تعادلی $\frac{0.2 \text{ کیلو گرم } SO_2}{100 \text{ کیلو گرم آب}}$ داریم:

$$M = x_A M_A + (1 - x_A) M_B = 5.63 \times 10^{-4} \times 64 + (1 - 5.63 \times 10^{-4})(18.02) = 18.05$$

فرض می کنیم دانسیته مایع همان ۹۹۰ باشد (تغییرات آن با توجه به حلالیت بسیار کم SO_2 قابل اغماض است.)

$$C_A = 5.63 \times 10^{-4} \left(\frac{990}{18.05} \right) = 0.0309$$

در فاز گاز: برای داده تعادلی 29mmHg (فشار جزئی SO_2) داریم:

$$P_A = 29 \times \frac{101330}{760} = 3866$$

تمامی داده های تعادلی را به ترتیب فوق P_A و C_A تبدیل و منحنی تعادل را رسم می کنیم.

C_A	۰/۰۳۰۹	۰/۰۴۶	۰/۰۷۷	۰/۱۰۷
P_A	۳۸۶۶	۶۱۳۳	۱۱۰۶۶	۱۵۸۶۶

منحنی تعادلی تقریباً به صورت خط راست خواهد بود ،

$$m' = m'' = m''' = 1.55 \times 10^5$$

$$K_L = m''' K_G = 1.55 \times 10^5 \times 7.36 \times 10^{-10} = 1.14 \times 10^{-4} \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{m}{k_L}$$

ب: محاسبه ضرایب فیلم انتقال جرم

$$\left(\frac{1}{k_G} \right) / \left(\frac{1}{K_G} \right) = 0.47$$

۴۷٪ مقاومت در فاز گاز یعنی:

$$K_G = 1.57 \times 10^{-9} \left[\frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s} \frac{N}{\text{m}^2}} \right]$$

$$\left(\frac{m}{k_L} \right) / \left(\frac{1}{K_G} \right) = 0.53$$

۵۳٪ مقاومت در فاز مایع یعنی:

$$k_L = 2.15 \times 10^{-4} \left[\frac{m}{s} \right]$$

توجه: با وجود آنکه $m \gg 1$ است اما چون k_L و k_G مساوی نیستند، لذا نمی‌توان فقط با توجه به مقدار بسیار بزرگ m نتیجه‌گیری نمود که کل مقاومت در فاز مایع باشد. همانطور که در مسئله نیز قید شده است فقط ۵۳٪ از کل مقاومت در فاز مایع قرار دارد.

$$k_y = k_G P_T$$

$$k_y = 1.59 \times 10^{-4} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$k_C = k_G RT$$

$$k_C = 4.21 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_x = k_L C$$

$$k_x = 1.18 \times 10^{-2} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

ج: غلظت‌ها در فصل مشترک: غلظت A در موضع خاص در فاز مایع ۰.۴٪ و در فاز گاز ۰.۱ جزء مولی است. طبق روش محاسبه شده فوق:

$$C_A = C_{AL} = 0.062 \text{ موضع خاص}$$

$$P_A = P_{AG} = 10133 \text{ موضع خاص}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_{Ai} - 10133}{C_{Ai} - 0.062} = - \frac{k_L}{k_G} = - \frac{2.15 \times 10^{-4}}{1.57 \times 10^{-9}} \\ P_{Ai} = 1.55 \times 10^5 C_{Ai} \end{array} \right.$$

از حل دستگاه فوق، غلظت ها در فصل مشترک بدست می آید.

$$C_{Ai} = 0.064 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$P_{Ai} = 9920 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

د- ضخامت فیلم مایع

$$F_L = \frac{D_{AB}C}{Z_L}$$

$$C_{A_1} = 0.064$$

$$C_{A_2} = 0.062$$

$$C = \left(\frac{\rho}{M} \right) \approx \frac{990}{18.02} = 54.94$$

$$D_{AB} = D_{\text{SO}_2-\text{H}_2\text{O}} = 1.7 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad T=50^\circ\text{C}$$

$$F = k_L x_{BM} C = k_L C_{BM}$$

$$C_{BM} = \frac{C_{B_2} - C_{B_1}}{\ln \frac{C_{B_2}}{C_{B_1}}} \approx C = 54.94$$

$$F_L = 2.5 \times 10^{-4} \times 54.94 = 0.013735 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

$$Z_L = \frac{1.7 \times 10^{-9} \times 54.94}{0.013735} = 6.8 \times 10^{-6} \text{m}$$

$$Z_L = 0.0068 \text{ mm}$$

$$F_G = \frac{D_{AC}C}{Z_G}$$

$$D_{AC} = D_{SO_2-Air} = 2 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

$$C = \frac{P_t}{RT} = \frac{101330}{8314 \times (273 + 50)} = 0.0377$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_G = k_G P_{B,M} \\ P_{A_1} = 0.1 \times 101330 = 10133 \quad P_{A_1} = 9920 \quad P_B = P_t - P_A \\ P_{B_1} = 91197 \frac{N}{m^2} \quad P_{B_2} = 91410 \end{array} \right.$$

$$P_{B,M} = \frac{P_{B_2} - P_{B_1}}{\ln P_{B_2} / P_{B_1}} = 91303$$

$$F_G = 1.57 \times 10^{-9} \times 91303 = 1.433 \times 10^{-4}$$

$$Z_G = \frac{2 \times 10^{-5} \times 0.0377}{1.433 \times 10^{-4}} = 5.24 \times 10^{-3} m$$

$$Z_G = 5.26 \text{ mm}$$