

نظريه لايه مؤثر

Film Theory



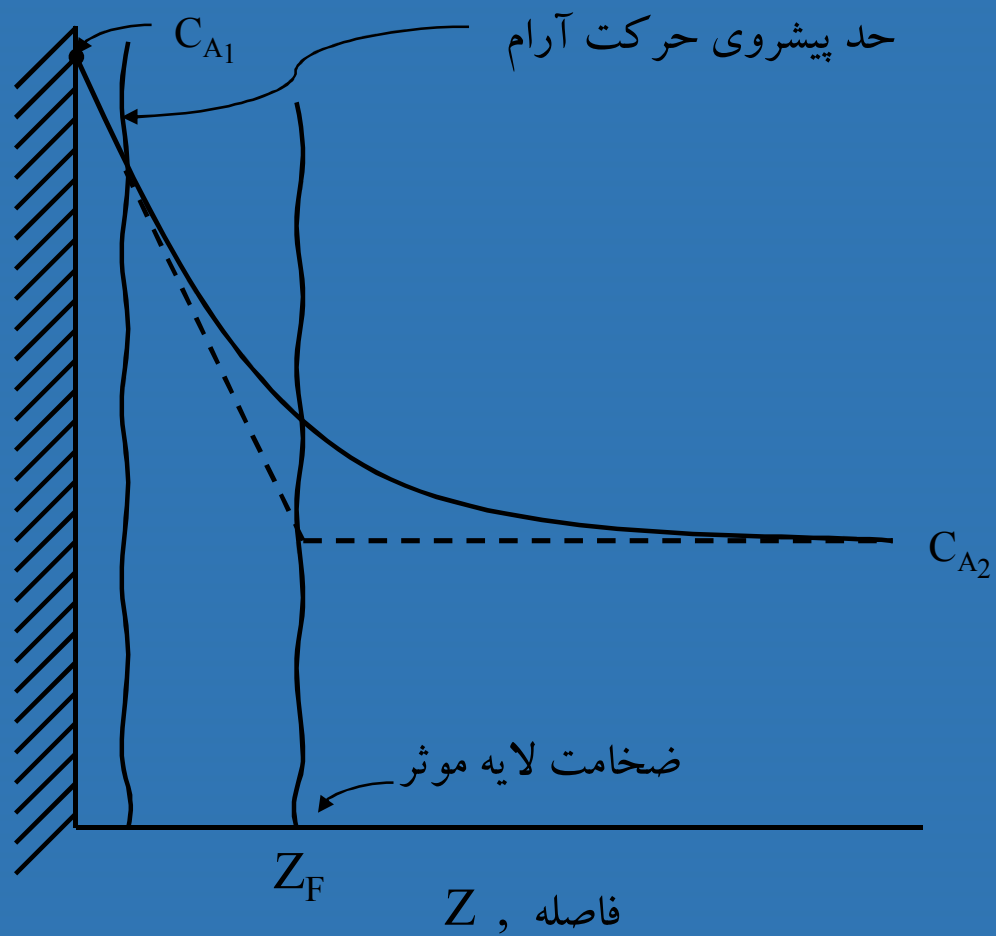
◆ Mass Transfer ◆

این نظریه کهن ترین نظریه موجود برای پیش بینی ضریب انتقال جرم است. می دانیم که ضمن حرکت در هم سیالی از روی یک سطح جامد ، سرعت حرکت سیال در روی سطح جامد صفر و در نقاط نزدیک به آن بسیار آرام است به طوری که لایه ای با حرکت آرام در مجاورت صفحه جامد بوجود می آید. چنانچه بین صفحه جامد و سیال انتقال جرم صورت گیرد گرادیان غلظتی در داخل سیال تشکیل خواهد شد. انتقال جرم در این لایه تنها توسط نفوذ مولکولی اجزاء صورت می گیرد. قسمت دیگر تغییرات غلظت بین صفحه و سیال مربوط به نقاطی است که دارای حرکت درهم می باشد.

بنابر نظریه لایه موثر به جای اینکه تغییرات غلظت در مسیر انتقال جرم توسط منحنی واقعی نشان داده شود ، به وسیله تغییرات خطی در لایه ای به ضخامت Z_f نشان داده می شود. این تغییرات به صورت خطی چنین نشان داده شده است .



Mass Transfer



◆ Mass Transfer ◆

ضخامت لایه مؤثر به حدی است که مقاومت آن در قبال انتقال جرم مولکولی برابر با مقاومت واقعی این سیال در قبال انتقال جرم از سطح صفحه تا وسط سیال باشد. بر اساس نظریه لایه مؤثر در تمامی معادلات مربوط به انتقال جرم به جای Z باید از Z_f استفاده نمود. Z_f بستگی به نوع و شرایط جریان سیال دارد.

در نظریه لایه مؤثر ضرایب انتقال جرم F یا K تابع ضریب نفوذ به توان یک $(D_{AB}^{n=1})$ می باشد. از طرفی ، نتایج آزمایشهای متعدد نشان داده است که در حرکت درهم این وابستگی درست نبوده ، و ضریب انتقال جرم تابعی از D^n می باشد که n بر حسب شرایط مقداری بین صفر تا 0.8 و یا 0.9 را داراست. به این دلیل بجز در موارد استثنایی نظریه ساده لایه مؤثر مورد قبول نبوده ، نتایج بدست آمده از آن مورد اطمینان نمی باشد.



نظریه تداخل جرم

Penetration Theory



◆ Mass Transfer ◆

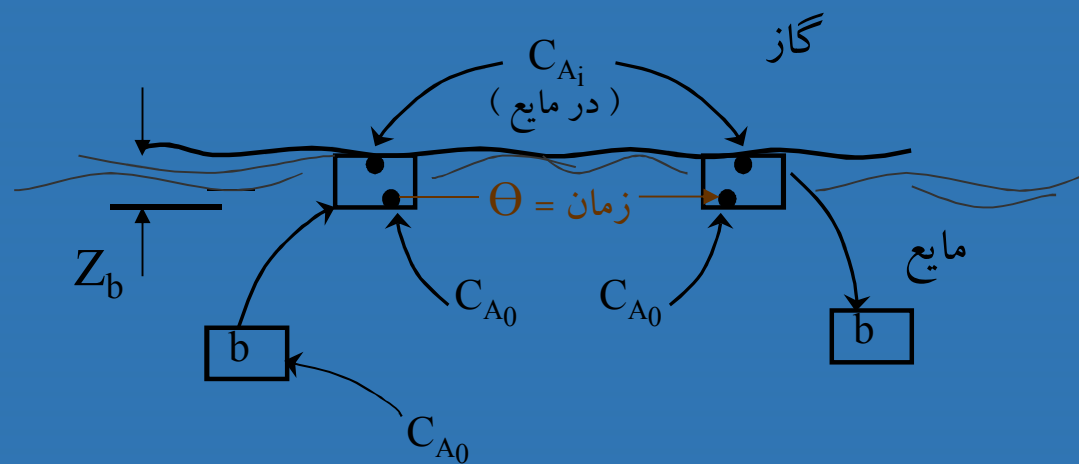
در بسیاری از موارد ، زمان تماس دو فاز به قدری کوتاه است که گرادیان غلظت برخلاف آنچه که لایه مؤثر پیش بینی می کند به حالت پایا نرسیده بلکه تابعی از زمان تماس می باشد. برای چنین مواردی هیگبی (Higbie) نظریه تداخل جرم را برای پیش بینی ضرایب انتقال جرم ابداع نمود.

* این نظریه زمانی به کار برده می شود که دو فاز در حال تماس هر دو سیال باشند.

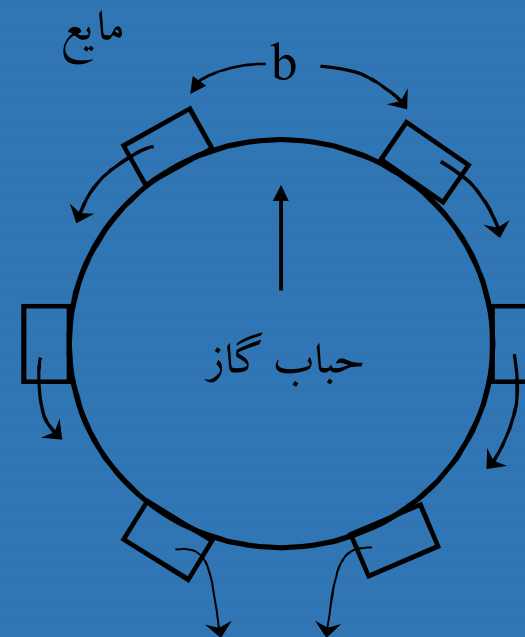
به عنوان مثال حباب گازی که درون مایع ساکنی در حال صعود باشد را در نظر بگیرید. در حین حرکت حباب مقداری از گاز در درون مایع حل می شود. ذره ای از مایع مانند b که در فصل مشترک دو فاز بالای حباب قرار گرفته است. در حین حرکت حباب برای مدت زمانی برابر با θ در تماس با حباب باقی می ماند و در این مدت انتقال جرم بین ذره و گاز صورت می گیرد.



Mass Transfer



(ب)



(الف)



◆ Mass Transfer ◆

فرض می کنیم در ابتدا غلظت گاز حل شده در چرخانه هائی از مایع که دور از فصل مشترك قرار دارند برابر با مقدار ثابت C_{A0} باشد چنانچه یکی از این چرخانه ها در لحظه صفر به فصل مشترك دو فاز برسد ، غلظت در فصل مشترك گاز و مایع بلافاصله برابر C_{Ai} خواهد شد که برابر با حلالیت گاز در مایع است. در مدت زمان θ که این چرخانه در فصل مشترك باقی می ماند، انتقال جرم به صورت نفوذ مولکولی ناپایا بین گاز و چرخانه صورت می گیرد.

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \quad B.C \begin{cases} C_A(0, \theta) = C_{A1} \\ C_A(\infty, \theta) = C_{A0} \end{cases}$$

$$I.C : C_A(z, 0) = C_{A0}$$

$$C_A = C_{A0} + (C_{Ai} - C_{A0}) \left(1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{z}{2}(\theta \cdot D_{AB})^{0.5}} e^{-\eta^2} d\eta \right)$$



◆ Mass Transfer ◆

$$N_{A,Z=0} = -D_{AB} \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_{Z=0} = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}} \Rightarrow$$

$$N_{A,M} = \frac{\int_0^\theta (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}} d\theta}{\theta - 0} = 2 * (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}} \quad \text{شار متوسط :}$$

$$N_A = k_L (C_{A_1} - C_{A_2})$$

$$k_{L,M} = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \theta}}$$

ملاحظه مي شود كه مطابق نظريه تداخل جرم ، ضريب انتقال جرم متناسب با $D_{AB}^{1/2}$ می

باشد .



نظریه جایگزینی سطحی

Surface-Renewal Theory



Mass Transfer

این نظریه برای اولین بار توسط دانکورتز Danckwerts پیشنهاد گردید. مطابق با این نظریه ، فصل مشترک دو فاز از مجموعه چرخانه هائی تشکیل شده است که زمان تماس هر یک از آنها با فاز گاز مقدار متفاوتی است. از آنجا که میزان انتقال جرم بین گاز و یک چرخانه بستگی به زمان تماس دارد ، مقدار متوسط شار جرم برابر با مجموعه شارهای مربوط به چرخانه های جداگانه می باشد. چنانچه $\phi d\theta$ برابر با مجموعه مساحت موجود بین گاز و چرخانه هائی باشد که زمان اقامت آنها در فصل مشترک بین θ و $\theta+d\theta$ است. در این صورت سطح معادل با یک واحد برابر

$$\int_0^{\infty} \phi d\theta = 1 \quad \text{خواهد بود.}$$

$$N_{A,M} = (C_{A_i} - C_{A_0}) \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}} S e^{-S\theta} d\theta = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{D_{AB} \cdot S}$$

$$N_A = k_L (C_{A_1} - C_{A_2})$$

$$k_{L,M} = \sqrt{D_{AB} \cdot S} \quad \rightarrow \quad k_{L,M} \propto D_{AB}$$



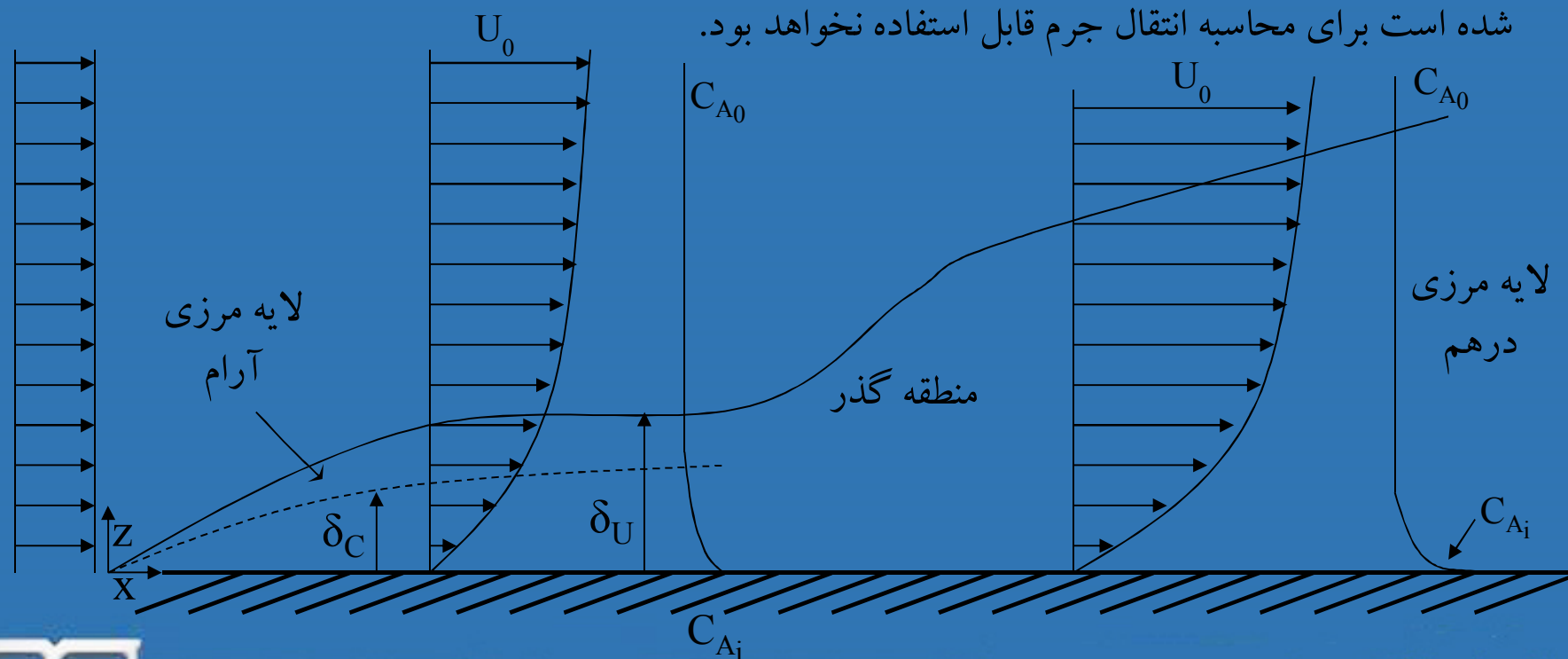
جریان سیالات از روی سطوح جامدات با لایه های مرزی (Boundary Layers)



Mass Transfer

در انتقال جرم بین دو فاز سیال، به علت قابلیت تحرک سیالات، سرعت هر فاز در فصل مشترک معمولاً مقداری مخالف صفر است ولی در حالتی که یکی از فازها جامد باشد، سرعت در فصل مشترک الزاماً برابر با صفر بوده و بدین جهت نظریه های که بر اساس رسیدن چرخانه ها به فصل مشترک دو فاز وضع

شده است برای محاسبه انتقال جرم قابل استفاده نخواهد بود.



Mass Transfer

چنانچه سرعت u_0 زیاد باشد و در نتیجه عدد رینولدز صفحه حرکت در لایه مرزی در هم خواهد بود.

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u \cdot x}{\mu} > 5 * 10^5$$

شود،

تغییرات سرعت u_x و u_z در لایه مرزی آرام را می توان از طریق حل معادلات ناویر استوکس در جهات x و z بدست آورد. در حالی که اگر جریان دارای حرکت درهم باشد باید از روش مبانی تقریبی برای بدست آوردن توزیع سرعت استفاده کرد. چنانچه حرکت سیال در درون لایه مرزی غلظت در حالت آرام باشد، می توان معادلات حرکت سیال و انتقال جرم را همزمان با هم حل کرده، توزیع غلظت لایه را بدست آورد. با داشتن این توزیع، می توان گرادیان غلظت در فصل مشترک را محاسبه کرد و ضریب انتقال جرم را تعیین نمود.

* در حالتی که اثر انتقال جرم بر توزیع سرعت سیال قابل چشم پوشی باشد و انتقال جرم از ابتدای صفحه تا نقطه ای به طول x در امتداد آن توسط رابطه زیر محاسبه می شود.

$$Sh_M^* = \frac{K_{LM} x}{D_{AB}} = 0.664 \text{Re}_x^{1/2} SC^{1/3}$$

عدد شرود (فقط برای جریان آرام):



◆ Mass Transfer ◆

در نظریه های مربوط به لایه های مرزی می توان ثابت کرد نسبت ضخامت لایه مرزی سرعت δu ، به ضخامت لایه مرزی غلظت δc برابر با $Sc^{1/3} = \delta u / \delta c$ می باشد.

در معادله * ضریب انتقال جرم تابعی از $D_{AB}^{2/3}$ می باشد.



تشابهات موجود بین پدیده های انتقال جرم، حرارت و مقدار حرکت



Mass Transfer

در حرکت آرام دو بعدی یک سیال از روی یک سطح جامد ، معادله دیفرانسیل حرکت (معادله ناویر

استوکس) در جهت X ها:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

اگر در چنین سیستمی جزء A بین سطح جامد و سیال اشتغال یابد؛ معادله دیفرانسیل توزیع غلظت این

جزء در سیال بدون وجود واکنش شیمیایی به قرار زیر خواهد بود:

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right)$$

به علاوه چنانچه انتقال حرارت نیز بین صفحه و سیال صورت گیرد، معادله دیفرانسیل درجه حرارت

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

سیال عبارت خواهد بود از :



◆ Mass Transfer ◆

ملاحظه می شود که هر سه معادله شکل واحدی دارند و تفاوت ظاهری بین آنها از آن جهت است که C_A ، U_X و t و همچنین ضرایب نفوذ مقدار حرکت v ، جرم D_{AB} و حرارت α جایگزین یکدیگر شده اند.



◆ Mass Transfer ◆

متغیرهای سرعت و غلظت و حرارت را می توان به صورت بدون بعد نمایش داد.

$$\frac{u_x - (u_{x,z=0} = 0)}{u_0 - (u_{x,z=0} = 0)} = \frac{u_x}{u_0} \quad \text{سرعت بدون بعد :}$$

$$\frac{C_A - C_{Ai}}{C_{A_0} - C_{Ai}} \quad \text{غلظت بدون بعد :}$$

$$\frac{T - T_i}{T_0 - T_i} \quad \text{دماي بدون بعد :}$$



Mass Transfer

مزیت بدون بعد کردن متغیرهای فوق در این است که با تعریف متغیرهای جدید شرایط مرزی معادلات فوق نیز شبیه یکدیگر می شود. مثلاً برای شکل صفحه قبل متغیرهای بدون بعد سرعت، غلظت و درجه حرارت در فصل مشترک سیال با صفحه ($Z=0$) همگی برابر با صفر و در نقاط بسیار دور از سطح صفحه ($Z=\infty$) همگی برابر با یک می باشد.

در صورت برابری ضرایب نفوذ انتقال $Pr=Sc=1$ ، توزیع متغیرهای بدون بعد عیناً معادل یکدیگر خواهد بود.

$$N_A = -D_{AB} \left(\frac{\partial C_A}{\partial Z} \right)_{Z=0} = K_L (C_{A_i} - C_{A_0})$$

$$q = -\alpha \left[\frac{\partial (\rho C_P T)}{\partial Z} \right]_{Z=0} = h(T_i - T_0)$$

$$\tau_i g_c = \nu \left[\frac{\partial (\rho u_x)}{\partial z} \right]_{Z=0} = \frac{f}{2} u_0 (\rho u_0 - 0)$$

f = ضریب بدون بعد اصطکاک

$f \cdot u_0 / 2$ = ضریب انتقال مقدار حرکت

