حرکت درهم درون لوله های مدور

$$St_m = \frac{Nu_m}{\mathrm{Re}.\mathrm{Pr}} = \frac{h_m}{c_p\ \bar{u}_x \rho}$$

رابطه فوق به جز در مواردي كه Pr برابر يك است توافق نزديكي با نتايج آزمايشي ندارد.

با آزمايشی كه توسط كولبورن (Colburn) انجام گرفت به رابطه شكل زير تعميم يافت :

$$St_m = \frac{h_m}{C_p\ \bar{u}_x \rho} = \frac{0.5 f}{\mathrm{Pr}^{2/3}}$$

كه اين رابطه كه تشابه بين انتقال مقدار حركت و انتقال حرارت را نشان می دهد به نام **تشابه كولبورن** معروف است.

چنانچه گروه بدون بعد بالا را برابر J_H فرض كنيم:

$$St_m.\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{h_m}{c_p\ \bar{u}_x \rho}\mathrm{Pr}^{2/3} = J_H = \frac{1}{2} f = \psi(\mathrm{Re})$$

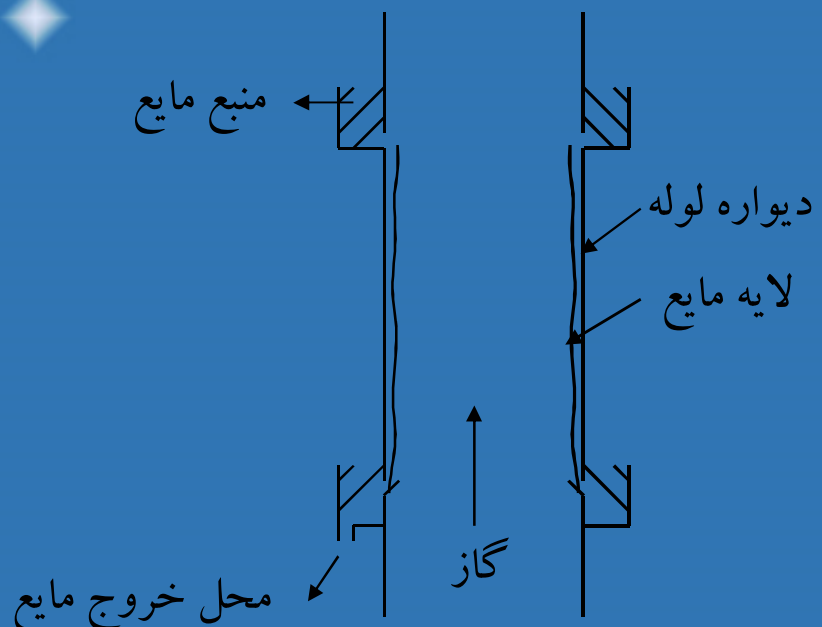
با استفاده از رابطه فوق مي توان رابطه مشابهي براي انتقال جرم نوشت. اين تشابه به نام « تشابه چيلتون كولبورن» (Chilton-Colburn)معروف است.

$$St_m.SC^{2/3} = \frac{sh_m}{\mathrm{Re}.Sc} Sc^{2/3} = \frac{F_m}{C\ \bar{u}_x} Sc^{2/3} = j_D = \frac{1}{2} f = \psi(\mathrm{Re})$$

ضريب اصطكاك در داخل لوله :

$$5000 < \mathrm{Re} < 200000 \Rightarrow \frac{1}{2} f = 0.023\,\mathrm{Re}^{-0.2}$$

برجهای جداره مرطوب



برج جداره مرطوب

مایع فرار خالصی از دیواره های داخلی یک استوانه به سمت پایین در حرکت است در حالی که گازی در مرکز لوله از پایین به سمت بالا جریان دارد. با اندازه گیری میزان تبخیر مایع در گاز و دانستن اندازه سطحی که انتقال جرم از آن صورت می گیرد. ضرایب انتقال جرم در فاز گاز محاسبه می شود. با تغییر دادن نوع مایع و گاز می توان ضریب انتقال جرم را بدست آورد.

مثال: مي خواهيم ضريب انتقال جرم را براي تبخير آب از سطح مرطوب جسمي كه داراي شكل هندسي خاصي بوده و گاز هيدروژن از روي آن عبور مي كند تعيين نماييم. سرعت ظاهري هيدروژن هنگام عبور از روي جسم 50 ft/Sec ، فشار برابرجو و درجه حرارت 100°F است. براي اين سيستم نتايج تجربي در دسترس نيست ولي در شرايط ذكر شده ضريب انتقال حرارت بين سطح جسم مزبور و هوا از رابطه تجربی زير قابل محاسبه است.

$$h = 0.072\, G'^{0.6}$$

G' : سرعت جرمی بر حسب $\frac{lb_m}{hr.ft^2}$

با استفاده از رابطه اخير ضريب انتقال جرم را براي شرايط مشابه تعيين كنيد

خواص فيزيكي مورد نياز در 100°F و فشار جو به قرار زير است.

نام	μ: Cp	$\rho : \frac{lb_m}{ft^3}$	$C_P : \frac{BTU}{lb_m \cdot °f}$	$D_{AB} : \frac{ft^2}{hr}$	$K : \frac{BTU}{ft.°f}$
هوا	0.0185	0.071	0.24	3	0.01576
ئيدروژن	0.009	0.00495	3.45		0.1069

حل:

داشتیم :

$$J_H = \frac{h_m}{c_p\ u\ \rho}\Pr^{2/3} = \frac{h}{c_p G'}\Pr^{2/3} = \psi(\mathrm{Re})$$

تابع $\Psi(\mathrm{Re})$ باید طوری تعیین شود که با گروه $0.072G'^{0.6}$ هماهنگ باشد.

$$\psi(\mathrm{Re}) = b\,\mathrm{Re}^n \qquad \mathrm{Re} = \frac{\rho.u.d}{\mu} = \frac{G'.L}{\mu}$$

$$\frac{h}{c_p G'}\Pr^{2/3} = \psi(\mathrm{Re}) = b\,\mathrm{Re}^n \Rightarrow h = \frac{c_p G'}{\Pr^{2/3}} b\,\mathrm{Re}^n \Rightarrow$$

$$h = \frac{b.c_p}{\Pr^{2/3}} G'\left(\frac{G'L}{\mu}\right)^n = \frac{b c_p}{\Pr^{2/3}}\left(\frac{L}{\mu}\right)^n .G'^{n+1}$$

$$\Rightarrow \quad n+1=0.6 \rightarrow n=-0.4$$

$$h = 0.072 G'^{0.6}$$

$$\frac{b c_p}{\mathrm{Pr}^{2/3}}\left(\frac{L}{\mu}\right)^{-0.4}=0.072 \quad \Rightarrow \quad b=\frac{0.072\,\mathrm{Pr}^{2/3}}{c_p}\left(\frac{L}{\mu}\right)^{0.4}$$

$$1 c_p=2.419\frac{lb_m}{ft.hr} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Pr}=\frac{c_p\mu}{K}=\frac{0.24(0.0185)(2.42)}{0.01576}=0.681$$

$$b=\frac{0.072(0.681)^{2/3}}{0.24}\left(\frac{L}{0.0185(2.42)}\right)^{0.4}=0.810L^{0.4}$$

$$J_H=\frac{h}{c_p G'}\mathrm{Pr}^{2/3}=b\,\mathrm{Re}^n=0.810L^{0.4}\,\mathrm{Re}^{-0.4}=\frac{0.810L^{0.4}}{\mathrm{Re}^{0.4}}=\psi(\mathrm{Re})$$

$$J_H = J_D \Rightarrow J_H = J_D = \frac{K_G P_{BM} M_M}{\rho\ u} Sc^{2/3} = \frac{0.810 L^{0.4}}{\mathrm{Re}^{0.4}} = \psi(\mathrm{Re})$$

$$K_G P_{BM} = F = \frac{0.810 L^{0.4} \rho\ u}{\mathrm{Re}^{0.4} M_M\ Sc^{2/3}} = \frac{0.810(\rho\ u) L^{0.4}}{\left(\frac{\rho\ uL}{\mu}\right)^{0.4} M_M . Sc^{2/3}} = \frac{0.810(\rho\ u)^{0.6} \mu^{0.4}}{M_M\ Sc^{2/3}}$$

$$Sc = \frac{0.009(2.42)}{(0.00495)(3)} = 1.468$$

$$F = K_G P_{BM} = \frac{0.810((0.00495)(50 \times \frac{3600\,\mathrm{sec}}{hr})^{0.6}((0.009)(2.42))^{0.4}}{(2.02)\ (1.468)^{2/3}} = 3.98 \frac{lbmol}{hr.ft^2}$$

مثال: برای درست کردن $Ni(CO)_4$ گاز CO از درون بستری از گلوله های که روی نیکل ، قطر 0.5 فوت عبور داده می شود سطح مقطع بستر یک فوت مربع و فضای خالی آن 30 درصد حجم بستر است گاز CO خالص در 50 درجه سانتی گراد و فشار یک جو با شدت 15 lbmol/hr از بالای بستر وارد می شود.

$$Ni+4CO \longrightarrow Ni(CO)_4$$

در شرایط موجود می توان فرضیات زیر را صادق دانست:

1-واکنش شیمیایی بسیار سریع انجام می گیرد، به طوری که می توان غلظت را در سطح نیکل همواره برابر با صفر فرض کرد. کربنیل بدست آمده به صورت گاز است و به محض تشکیل شدن به سمت توده گازی درون بستر جریان دارد ، نفوذ می کند. بدین ترتیب شدت واکنش با توجه به شدت انتقال CO به سطح نیکل و انتقال $Ni(CO)_4$ از سطح نیکل به توده گاز کنترل می شود.

2- درجه حرارت و فشار در همه نقاط ثابت و به ترتیب برابر 50 درجه سانتی گراد و یک جو است.

3- گرانروی گاز برای تمام نقاط برابر با $0.024\ Cp$ و عدد اشمیت در تمام نقاط داخل بستر برابر با 2 می باشد.

4-اندازه گلوله های نیکل تغییر محسوسی نمی نماید.

با توجه به فرضیات فوق ارتفاع بستری را که بتواند غلظت CO را در گاز خروجی به 0.5 درصد کاهش دهد پیدا نمایید.

حل:

A =CO گاز

B= $Ni(CO)_4$ گاز

$$\Rightarrow \qquad N_B = -\frac{N_A}{4}$$

$$\frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{N_A}{N_A - \frac{N_A}{4}} = \frac{N_A}{\frac{3}{4}N_A} = \frac{4}{3}$$

$$N_A = \frac{4}{3} F \; Ln \frac{4/3 - 0}{4/3 - y_A} = \frac{4}{3} F \; Ln \frac{4}{4 - 3y_A} \qquad \frac{lbmol}{hr.ft^2}$$

فرض مي كنيم شدت جريان مولي گاز در نقطه اي كه فاصله اش از بالاي بستر z است برابر با G از سطح مقطع بستر باشد. در اين صورت شدت جريان گاز CO در اين نقطه برابر $G\ y_A$ خواهد بود. اگر سطح ويژه گلوله هاي نيكل برابر $\frac{lbmol}{hr.ft^2}$ بستر باشد مجموعه سطوح گلوله هاي نيكل كه در عنصر هندسي فوق وجود دارند برابر با adz خواهد بود. هرگونه تغيير غلظت جز A در اين عنصر هندسي به خاطر وجود شار NA ايجاد مي شود به طوري كه مي توان نوشت:

$$d(y_A.G) = -N_A.a.dz$$

$$N_A = -\frac{d(y_A.G)}{a \;.\; dz}$$

به ازای هر مول CO که مصرف می شود یک چهارم مول $Ni(CO)_4$ بوجود می آید.

در نتیجه به ازای هر مول CO که ترکیب می شود سه چهارم مول از تعداد مولهای گاز موجود در بستر کم می شود. چنانچه G_0 شدت مولی جریان CO هنگام ورود به بستر باشد تعداد مولهای CO که در طول فاصله ای برابر با z از بالای بستر ترکیب شده و از بین رفته است برابر $\frac{4}{3}(G_0-G)$ و شدت جریان CO در این نقطه برابر با $\left[G_0-\frac{4}{3}(G_0-G)\right]$ می باشد بنابر این در این نقطه :

$$y_A=\frac{G_0-\frac{4}{3}(G_0-G)}{G} \quad \Rightarrow \quad G\ y_A=G_0-\frac{4}{3}G_0+\frac{4}{3}G \quad \Rightarrow$$

$$G\ (y_A-\frac{4}{3})=G_0(1-\frac{4}{3}) \quad \Rightarrow \quad G\ (y_A-\frac{4}{3})=-\frac{G_0}{3} \quad \Rightarrow$$

$$G\left(\frac{4}{3}-y_A\right)=\frac{G_0}{3} \Rightarrow G=\frac{G_0/3}{4/3-y_A} \Rightarrow$$

$$G=\frac{G_0}{4-3y_A} \Rightarrow G\,y_A=\frac{G_0 y_A}{4-3y_A} \Rightarrow$$

$$d(Gy_A)=d\left(\frac{G_0 y_A}{4-3y_A}\right) \Rightarrow$$

$$d(Gy_A)=\frac{dy_A G_0(4-3y_A)-(-3G_0y_A)dy_A}{(4-3y_A)^2}=\frac{4G_0dy_A}{(4-3y_A)^2}$$

داشتیم :

$$N_A = -\frac{d(y_A G)}{a\ dz} \qquad \& \qquad N_A = \frac{4}{3} F Ln \frac{4}{4-3y_A}$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d(y_A G)}{a dz} &= \frac{4}{3} F Ln \frac{4}{4-3y_A} \\ d(G y_A) &= \frac{4 G_0 d y_A}{(4-3y_A)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow -\frac{4 G_0 d y_A}{(4-3y_A)^2 a\ dz} = \frac{4}{3} F\ \ Ln \frac{4}{4-3y_A}$$

ضریب انتقال جرم F که خود تابعی از y_A است را می توان از جدول 3-3 بدست آورد (ردیف پنجم)

ابتدا باید عدد رینولدز را محاسبه نمود و برای این کار نیاز به محاسبه G' (یعنی شدت جریان جرمی گاز در مقطع بستر خواهد بود) یا به عبارتی شار جرمی $G' \ \frac{lbmol}{hr.ft^2}$ ، پس ابتدا ضروری است که از روی شار مولی موجود و جرم مولکولی هر یک از گاز ها شار جرمی را محاسبه نمائیم. شار جرمی CO برابر خواهد بود با:

$$28[G_0-\tfrac{4}{3}(G_0-G)]$$

و شدت جریان جرمی (شار جرمی)$Ni(CO)_4$برابر با $170.7[G_0-\tfrac{1}{3}(G_0-G)]$ می باشد. در نتیجه شدت جریان جرمی گاز:

$$G'=(47.6G_0-19.6G)\frac{lbm}{hr.ft^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} G'=47.6G_0-19.6G \\ G=\dfrac{G_0}{4-3y_A} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad G'=47.6G_0-\frac{19.6G_0}{4-3y_A}=G_0(47.6-\frac{19.6}{4-3y_A})$$

برای گلوله های نیکل به قطر "0.5 یا $d_P=0.0416'$ است ($0.5"/12=0.0416'$)

$$\mathrm{Re}''=\frac{G'.d_p}{\mu}=0.0416G_0(\frac{47.6-19.6/4-3y_A}{(0.024)(2.42)})=G_0(34.2-\frac{14.06}{4-3y_A})$$

به علت اینکه y_A از بالا تا پایین بستر بین 1 و 0.005 تغییر می کند و $G_0 = 15 \frac{lbmol}{hr.ft^2}$ است

If $y_A = 1 \Rightarrow \text{Re}'' = 302$

If $y_A = 0.005 \Rightarrow \text{Re}'' = 416$

پس مطابق جدول 3-3 خواهیم داشت:

$$J_D = \frac{F}{G} Sc^{2/3} = \frac{2.06}{\varepsilon} \text{Re}''^{-0.575}$$

از آنجایی که sc =2 و ε =3/0 می باشد ضریب انتقال جرم F برابر خواهد بود با

$$J_D = \frac{F}{G} Sc^{2/3} = \frac{2.06}{\varepsilon} \text{Re}''^{-0.575} \Rightarrow F = \frac{2.06G}{\varepsilon\ Sc^{2/3}} \text{Re}''^{-0.575}$$

$$\mathrm{Re}''=G_0(34.2-\frac{14.06}{4-3y_A}) \Rightarrow F=\frac{2.06}{0.3\ (2)^{2/3}}(\frac{G_0}{4-3y_A})[G_0(34.2-\frac{14.06}{4-3y_A})]^{-0.575}$$

$$F=\frac{136\ .67}{4-3\,y_A}[34\ .2-\frac{14\ .06}{4-3\,y_A}]^{-0.575}$$

از طرفی داشتیم : $-\frac{4G_0 d\,y_A}{(4-3y_A)^2 a\ dz}=\frac{4}{3}F\ \ Ln\frac{4}{4-3y_A}$ $\Rightarrow$

$$a=\frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}=\frac{6(1-0.3)}{0.0416}=101\ ft^2/ft^3$$

$$-\frac{4\times15\ \ d\,y_A}{101\,(4-3\,y_A)^2\,dz}=\frac{4}{3}\frac{136\ .67}{4-3\,y_A}[34\ .2-\frac{14\ .06}{4-3\,y_A}]^{-0.575}\ \ Ln\frac{4}{4-3\,y_A} \Rightarrow$$

$$\frac{d\,y_A}{(4-3\,y_A)dz}=30.68[34.2-\frac{14.06}{4-3\,y_A}]^{-0.575}\;\;Ln\frac{4}{4-3\,y_A}$$

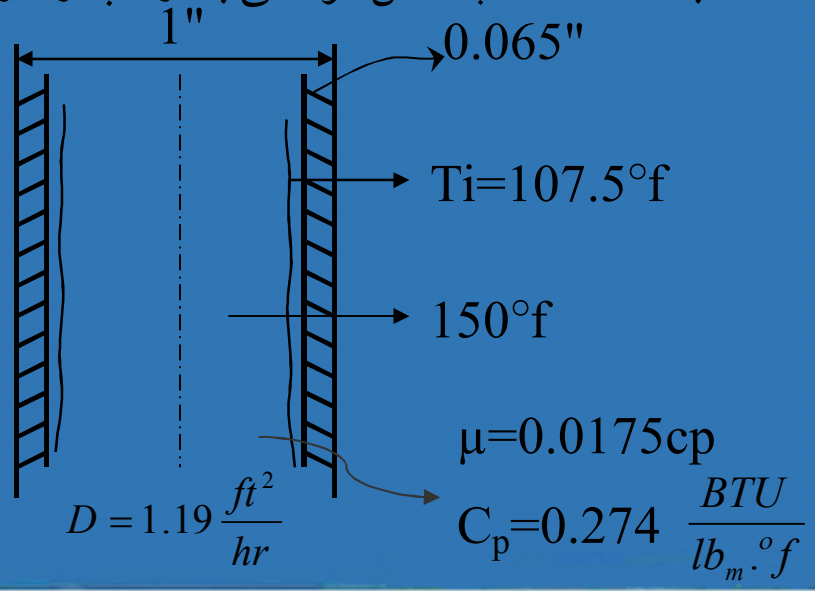
$$z=\int_0^z dz=-0.0325\int_1^{0.005}\frac{[34.2-14.06/4-3\,y_A]^{-0.575}}{(4-3\,y_A)Ln\,4/4-3\,y_A}dy_A$$

مقدار انتگرال فوق را باید به طریقه ترسیمی معین کرد با رسم کردن منحنی آن بر حسب y_A و تعیین مساحت زیر منحنی در فاصله 0.005 تا 1 ارتفاع بستر برابر با 0.475 فوت حاصل می شود. بنابراین برای اینکه غلظت CO در گاز خروجی از بستر به 0.5% کاهش یابد باید بستری که ارتفاع آن حدود 6 اینچ است استفاده نمود.

مثال : مخلوطی از هوا و بخار آب در لوله قائم مسی به نظر خارجی " 1 به سمت بالا در حرکت است. ضخامت دیواره لوله 0.065 است. سطح خارجی این لوله توسط جریان آب سرد خنک می شود و در نتیجه بخار آب در داخل لوله چگالیده شده، به صورت لایه مایعی از جدار داخلی لوله پایین می آید. در سطح مقطعی از لوله سرعت متوسط گاز 15ft/s و درجه حرارت متوسط آن 150°f ، فشار آن یک جو و فشار بخار جزئی آب در توده 0.24 جو اندازه گیری شده است اگر درجه حرارت در فصل مشترک برابر با 107.5°f باشد ، شدت چگالش موضعی بخار آب را در داخل لوله در این محل پیدا کنید.

H_2O : A

Air : B



حل : قطر داخل لوله مسی ، d برابر است با

$$d = 1 - (0.065)(2) = 0.87'' = 0.072\,5'$$

$$N_B = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$y_{A_1} = \frac{P_{A_1}}{P_t} = \frac{0.24}{1} = 0.24$$

$$y_{A_2} = \frac{P_{A_2}}{P_t} \xrightarrow{@\,T=107.5\,^\circ F \rightarrow P_A = 0.0806\ atm} y_{A_2} = 0.0806$$

$$M_M = \sum y_i Mw_i = (0.24)(18.02) + (1-0.24)(29) = 26.4$$

$$\rho = \frac{PM}{RT} = \frac{1 * 26.4}{(0.73)(150 + 460)} = 0.0594 \quad \frac{lb_m}{ft^3}$$

$$\mu = 0.0175\ \ (2.42) = 0.0424 \quad \frac{lb_m}{ft.hr}$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho . D_{AB}} = \frac{0.0424}{(0.0594)(1.19)} = 0.6$$

$$G' = \rho\ u = (15)(3600)(0.0594) = 3205 \quad \frac{lb_m}{ft^2.hr}$$

G' : سرعت جرمی گاز

$$G = \frac{G'}{M_M} = \frac{3205}{26.4} = 121.5 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^2.hr}$$

G : سرعت مولی گاز

$$\mathrm{Re} = \frac{d.G'}{\mu} = \frac{(0.0725)(3205)}{0.0424} = 5490$$

$$Table\ \ 3.3 \Rightarrow J_D = St.Sc^{2/3} = \frac{F}{G}.\ Sc^{2/3} = 0.023\,\mathrm{Re}^{-0.17}$$

$$F = \frac{0.023\ G\ \mathrm{Re}^{-0.17}}{Sc^{2/3}} = \frac{0.023 * (121.5)(5490)^{-0.17}}{(0.6)^{2/3}} = 0.91 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^2.hr}$$

$$N_A = F\ \ln\left[\frac{P_t - P_{A_2}}{P_t - P_{A_1}}\right] = 0.91\ \ln\left[\frac{1-0.086}{1-0.24}\right] = 0.168 \quad \frac{lb_{mol}}{ft^2.hr}$$