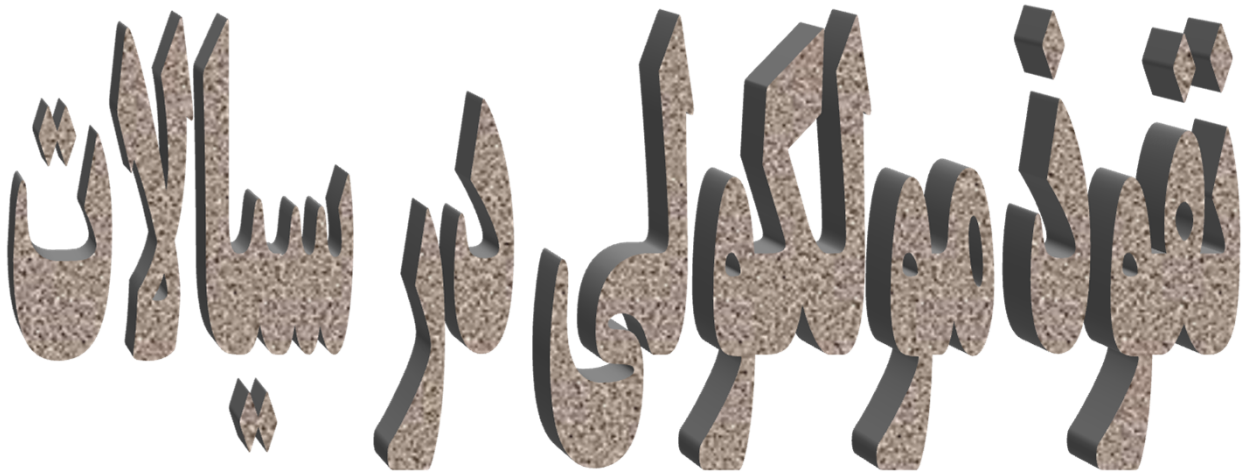
فصل دوم



مولکولهای هر ماده به خاطر داشتن انرژی حرکتی دارای حرکات نامنظم می باشند. وجود این حرکات نا منظم باعث می شود که مولکولهای یک ماده درون مولکولهای ماده دیگر نفوذ کنند. نظریه جنبشی گازها وسیله مناسبی برای توجیه این حرکات می باشد. در نظریه جنبشی فرض بر این است که هر مولکول در مسیر مستقیم با سرعت ثابت حرکت می کند و پس از طی مسافتی به مولکولی دیگر برخورد می کند و در اثر برخورد جهت ومقدار سرعت این مولکول تغییر پیدا می نماید. مقدار متوسط فواصلی که مولکول طی می کند تا با مولکول دیگری برخورد نماید به نام مسیر آزاد متوسط خوانده می شود.

Mean Free Path = مسافت طی شده / تعداد برخوردها

با توجه به اصول نظریه جنبشی میتوان با کم کردن فشار محیط که منجر به کاهش تعداد برخوردهای مولکولی می شود،و افزایش درجه حرارت که منجر به ازدیاد سرعت متوسط مولکولی می گردد، سرعت این پدیده مولکولی را بالا برد .

چنانچه غلظت اجزاء در نقاط مختلف یک محیط متفاوت باشد، به علت نفوذ مولکولی این اختلاف بتدریج از بین می رود و در نتیجه محیطی با غلظت یکنواخت حاصل می گردد.مثل زمانی که قطره ای از محلول آبی رنگ سولفات مس را در لیوان آبی وارد کنیم ،مولکولهای سولفات مس در آب نفوذ کرده و پس از مدتی رنگ آبی تمام نقاط آب را در بر می گیرد.

شدت نفوذ مولکولی را در داخل یک محیط ممکن است بتوان با مخلوط کردن، به هم زدن و ایجاد حرکت در آن محیط تسریع کرد.به عنوان مثال مخزنی به قطر 5ft و به ارتفاع 2.5 ft را در نظر بگیرید.در بالای لایه آب و نمک،لایه ای از آب خالص به ارتفاع 2.5 ft طوری قرار می دهیم که هیچگونه حرکت یا اختلالی در لایه پایین بوجود نیاورد. بر اثرنفوذ مولکولی نمک به لایه آبی منتقل می شود ولی به علت کند بودن پدیده نفوذ زمان طولانی لازم است که غلظت نمک در تمام نقاط یکسان شود مثلا برای اینکه غلظت نمک در ظرف به 87.5 درصد غلظت نهایی در سطح لایه بالایی برسد 10 سال و برای رسیدن به غلظت 99% ،حدود 28سال زمان لازم است.

ولی با قرار دادن یک همزن که با سرعت 60 r.p.m کار کند این غلظت در مدت زمانی کمتر از 30 ثانیه صورت می پذیرد.در حقیقت در این حالت مخلوط شدن دو لایه توسط حرکات سریع قطعات کوچک و بزرگ مایع یا چرخانه ها(Eddy) که از ویژگیهای اصلی حرکت درهم است موجب میگردد که ذرات نمک همراه با آنها از لایه آب به لایه دیگر منتقل شود . انتقال جرم به کمک چرخانه ها را نفوذ چرخانه ای (Eddy Diffusion) یا نفوذ درهم (Turbulent Diffusion) می گویند.

عامل اصلی انتقال جرم در سیالات ساکن و یا سیالاتی که دارای حرکت آرام هستند نفوذ مولکولی است ، بر عکس در مواردی که سیال دارای حرکت در هم است ، عامل اصلی انتقال جرم ، علی رغم وجود نفوذ مولکولی ، نفوذ چرخانه ای است .

چنانچه دو فاز در حال تماس در حالت تعادل با یکدیگر نباشند ، نفوذ مولکولی بین دو فاز برقرار میگردد. مثلا لایه ای از مخلوط آمونیاک و هوا در تماس با لایه ای از اب قرار گیرد ، در اثر نفوذ مولکولی آمونیا ک بین دو فاز سر انجام حالت تعادل ایجاد می گردد و درنتیجه آن عمل نفوذ متوقف

می شود. در این حالت غلظت هر جز مثلا آمونیاک ، در هر فاز یکنواخت است ولی مقدار این غلظت در فاز آب با مقدار آن در فاز هوا متفاوت می باشد. در چنین حالتی پتانسیل شیمیایی (ضریب فعالیت آن) آمونیاک در فازهوا با پتانسیل شیمیایی آن در فاز آب برابر خواهد بود . در حقیقت برابری پتانسیل شیمیایی آمونیاک بین دو فاز باعث متوقف شدن عمل نفوذ می گردد.

نفوذ مولکولی

هرگاه در محلولی غلظت اجزا یکنواخت نباشد ، نفوذ مولکولی موجب می گردد که تغییرات تدریجی در غلظت اجزا ایجاد شود و سر انجام غلظت تمام اجزا در تمام نقاط محیط یکنواخت گردد . شدت نفوذ هر جزء در هر نقطه متناسب با گرادیان غلظت آن جزء در آن نقطه می باشد .

شدت نفوذ مولکولی معمولا بر حسب شار(flax) مولی بیان می شود که عبارت از تعداد مول های انتقال یا فته به ازای واحد زمان در واحد سطح (صفحه عمود بر جهت نفوذ) می باشد .

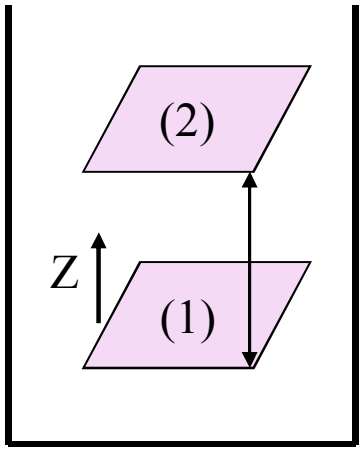
شار انتقال هر جز در یک مخلوط یک مقدار نسبی است و این مقدار بر حسب مبنای انتخابی تعیین می گردد ، مثلا اگر مبنای مقایسه نقطه ثابتی در فضا باشد ، و شار هر جز نسبت به آن نقطه تعیین میگردد. این شار را با N نمایش می دهند و اگر مبنای مقایسه حرکت ناشی از نفوذ اجزا در مخلوط باشد و شار هر جز نسبت به سرعت مولی متوسط حاصل از حرکت تعیین گردد ، این شار را با J نشان می دهند .

شار J برای هر جز بیشتر تابع ویژگی های آن می باشد و یک مقدار نسبی را معین می سازد .

برای یک ماهیگیر سرعت حرکت ماهی در جهت مخالف جریان آب (معادل N) نسبت به قلاب ماهی گیری (نقطه ای ثابت در آب) اهمیت دارد ، در حالی که سرعت ماهی نسبت به جریان آب معادل (J) معرف قدرت شنا گری ماهی است.

قانون اول فیک (Fick’s Law)

اگر دو سطح (1) و(2) را در نظر بگیریم که غلظت جزء A در سطح (1) بیشتر از غلظت آن در سطح (2) باشد نفوذ جزء A از سطح (1) به سطح (1) صورت خواهد پذیرفت :



$-\frac{dC_A}{dz}$: گرادیان غلظت بین دو سطح

N_{AZ} : تعداد مولهایی که در واحد زمان از واحد سطح می گذرد

قانون اول فیک: $J_{AZ} = -D_{AB}\frac{dc_A}{dz}$

$$\frac{J_{AZ}}{-\frac{dc_A}{dz}} = D_{AB}$$

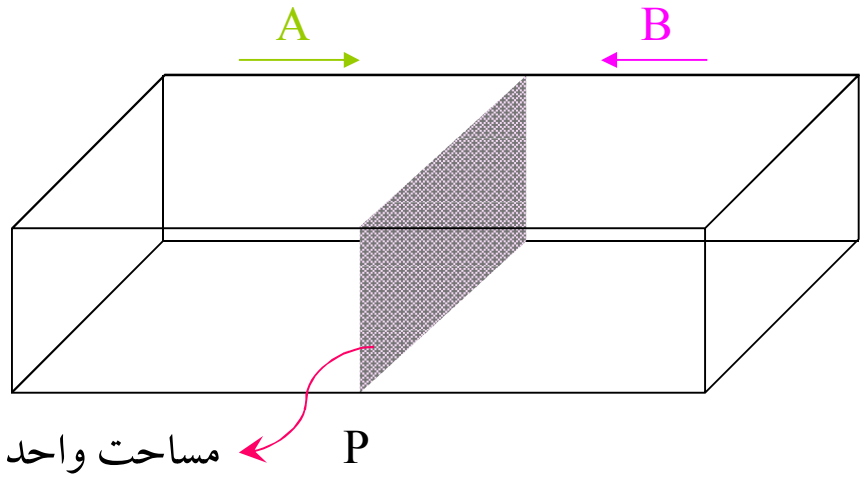
: D_{AB} (Diffusivity)

مطابق تعریف ضریب نفوذ جزء A در مخلوط A و B می باشد که برابر با نسبت شار مولی آن جزء (J_A) بر گرادیان غلظت می باشد.

$$J_{AZ} = -D_{AB}\frac{dc_A}{dz}$$

علامت منفی مشخص کننده آن است که نفوذ جزء A در جهتی است که غلظت آن کم است، انجام می گیرد.

ضریب نفوذ D_{AB} یک خاصیت فیزیکی بوده است که معرف تحرک مولکولی جزء Aدر جزء B می باشد. برای هر جزء این ضریب بستگی به ویژگیهای آن جزء و شرایط محیط آن از جمله درجه حرارت ،فشار ،غلظت و نیز طبیعت سایر اجزا دارد.



شکل زیر یک عنصر هندسی (Element) از سیالی را که شامل دو جزء A,B است را نشان می دهد . سطح مقطع این عنصر برابر با واحد است. غلظت A در سمت چپ صفحه P بیشتر از غلظت آن در سمت راست این صفحه است در حالی که غلظت جزء B در سمت راست صفحه بیشتر از غلظت آن در سمت راست این صفحه می باشد.در چنین شرایطی نفوذ اجزا در جهاتی که در شکل نشان داده شده انجام می پذیرد.

شدت جریان حجمی جزء A (و یا سرعت آن ،زیرا سطح مقطع برابر واحد اختیار شده است) را U_A و شدت جریان حجمی B را U_B می نامیم.اگر صفحه P همواره طوری قرار گیرد که حجم دو قسمتی که

در دو طرف صفحه است ثابت باقی بماند،در این صورت $U_A=-U_B$ خواهد بود و برای ناظری که روی صفحه P قرار دارد شدت عبور مولکولهای جزء A برابر است با:

$$N_A = \frac{u_A \rho_A}{M_A} = u_A . C_A \qquad N_B = \frac{u_B \rho_B}{M_B} = u_B . C_B$$

C_A و C_B غلظت های مولی اجزا می باشد.

برای چنین ناظری شدت منتج (Net Rate) عبور مولکولها از صفحه P با شاری معادل با N_A+N_B برابراست.اگر چنین شاری را بر حسب سرعت متوسط مولکولها (شدت جریان حجمی مولکولها)بیان کنیم این سرعت برابر خواهد بود با :

$$u_m = \frac{u_A . C_A + u_B . C_B}{C} = \frac{N_A + N_B}{C} \qquad C=C_A+C_B$$

اگر ناظر خود با سرعتی برابر u_m حرکت کند در این صورت تعداد منتج مولکولهایی که از مقابل او عبور می کند صفر خواهد بود. با توجه به مطالب گفته شده می توان گفت که شار N_A نسبت به نقطه ثابت P از شار J_A بزرگتر است و این اختلاف برابر با مقداری از جزء A است که با سرعت u_m انتقال می یابد.

$$N_A = u_m C_A + J_A$$

$$N_A = (N_A + N_B)\frac{C_A}{C} - D_{AB}\frac{dC_A}{dz}$$

$$N_B = (N_A + N_B)\frac{C_B}{C} - D_{BA}\frac{d_{C_B}}{dz}$$

چنانچه این دو معادله را با یکدیگر جمع کنیم :

$$N_A + N_B = (N_A + N_B)\frac{C_A}{C} - D_{AB}\frac{d_{C_A}}{dz} + (N_A + N_B)\frac{C_B}{C} - D_{BA}\frac{d_{C_B}}{dz}$$

$$N_A + N_B = [(N_A + N_B)(\frac{C_A}{C} + \frac{C_B}{C})] - D_{AB}\frac{d_{C_A}}{dz} - D_{BA}\frac{d_{C_B}}{dz}$$

$$\frac{C}{C}$$

$$-D_{AB}\frac{d_{C_A}}{dz} - D_{BA}\frac{d_{C_B}}{dz} = 0 \longrightarrow -D_{AB}\frac{d_{C_A}}{dz} = D_{BA}\frac{d_{C_B}}{dz} \qquad *$$

و یا اینکه $J_A=-J_B$ می باشد. اگر مجموع C_B , C_A مقدار ثابتی باشد از معادله * می توان نتیجه گرفت که $D_{BA}=D_{AB}$ می باشد

در بدست آوردن معادله فوق فرض بر این بوده است که نفوذ اجزا تنها در یک جهت صورت گیرد.

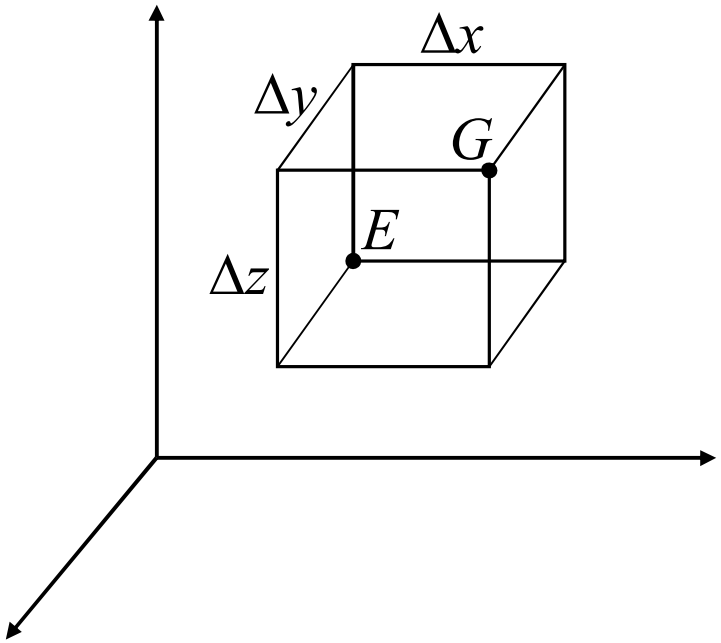
انتقال جرم در یک سیستم بطور کلی می تواند ناشی از دو عامل زیر باشد:

الف:ناشی از نفوذ مولکولی

ب:ناشی از حرکت سیال یا Bulk Flow

$$N_{AZ} = J_{AZ} + x_A \sum N_z$$

معادله پیوستگی



G(Δx+x , Δy+y , Δz+z, t)

E(x,y,z,t)

(شدت تولید در داخل المان) + (شدت خروج از المان)-(شدت ورود به المان) = شدت انباشتگی در المان

اگر شدت جریان جرمی جزء A را به درون المان بنویسیم :

شدت جرمی تولید جزء A در واحد زمان : $M_A.R_A.\ \Delta x\ \ \Delta y\ \ \Delta z$

شدت انباشتگی جزء A : $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \theta} = \frac{\partial (\rho V)}{\partial \theta} = \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial \theta}$

$$\dot{\mathbf{m}} = N_A . A . Mw \Longrightarrow$$

شدت ورود در جهت x : $N_{A\,X} . \Delta y . \Delta z . M_A$

شدت خروج در جهت x : $(N_{A\,X})_{x+\Delta x} \Delta y . \Delta z . M_A$

شدت ورود در جهت y : $N_{A\,y} . \Delta x . \Delta z . M_A$

شدت خروج در جهت y : $(N_{A\,y})_{y+\Delta y} . \Delta x . \Delta z . M_A$

شدت ورود در جهت z : $N_{AZ} . \Delta x . \Delta y . M_A$

شدت خروج در جهت z : $(N_{AZ})_{Z+\Delta Z} . \Delta x . \Delta y . M_A$

(شدت انباشتگی + شدت ورود - شدت خروج = شدت تولید)

اگر پارامتر های نوشته شده را در معادله اصلی جا گذاری نمائیم :

$$M_A\left\{\left[(N_{AX})_{X+\Delta X}-(N_{AX})\right]\Delta y.\Delta z+\left[(N_{Ay})_{y+\Delta y}-(N_{Ay})\right]\Delta x.\Delta z+\left[(N_{AZ})_{Z+\Delta Z}-(N_{AZ})\right]\Delta x.\Delta y\right\}$$

$$+\Delta x\Delta y\Delta z\frac{\partial \rho_A}{\partial \theta}=M_A R_A\Delta x\Delta y\Delta z$$

اگر معادله فوق را بر $\Delta x.\ \Delta y.\ \Delta z$ تقسیم کرده حد آن را برای حالتی که Δx و Δy و Δz به سمت صفر میل میکند تعیین نماییم در این صورت خواهیم داشت:

$$**M_A\left(\frac{\partial N_{AX}}{\partial x}+\frac{\partial N_{Ay}}{\partial y}+\frac{\partial N_{Az}}{\partial z}\right)+\frac{\partial \rho_A}{\partial \theta}=M_A R_A$$

به همین ترتیب برای جزء B می توان نوشت:

$$M_B\left(\frac{\partial N_{AX}}{\partial x}+\frac{\partial N_{Ay}}{\partial y}+\frac{\partial N_{Az}}{\partial z}\right)+\frac{\partial \rho_B}{\partial \theta}=M_B R_B$$

و از جمع جبری دو معادله بالا می توان نوشت:

$$\frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)x}{\partial x} + \frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)y}{\partial y} + \frac{\partial(M_A N_A + M_B N_B)z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

توجه:

$$M_A R_A = -M_B R_B$$

$$\rho_A + \rho_B = \rho$$

$$M_A N_{Ax} = u_x \rho_A + M_A J_{Ax}$$

در اینجا U_x سرعت متوسط جرمی در جهت xها بوده و از رابطه زیر بدست می آید:

$$\rho u_x = u_{Ax} \rho_A + u_{Bx} \rho_B = M_A N_{Ax} + M_B N_{Bx}$$

بنا براین:

$$\frac{\partial}{\partial x}(M_A N_A + M_B N_B)_x = \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) = \rho \frac{\partial u_x}{\partial x} + (u_x)\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

و همین طور:

$$\frac{\partial}{\partial y}(M_A N_A + M_B N_B)_y = \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y) = \rho \frac{\partial u_y}{\partial y} + (u_y)\frac{\partial \rho}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(M_A N_A + M_B N_B)_z = \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z) = \rho \frac{\partial u_z}{\partial z}(u_z)\frac{\partial \rho}{\partial z}$$

و در نتیجه:

$$\rho(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}) + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0$$

معادله فوق معادله پیوستگی برای کل مواد است.در حالتی که جرم ویژه محلول ثابت باشد خواهیم داشت :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

برای یافتن معادله پیوستگی جزء A می توان نوشت:

$$M_A.N_{Ax} = u_x \rho_A + M_A J_{Ax}$$

$$M_A \frac{\partial N_{Ax}}{\partial x} = u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + \rho_A \frac{\partial u_x}{\partial x} + M_A \frac{\partial J_{Ax}}{\partial x} = u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + \rho_A \frac{\partial u_x}{\partial x} - M_A D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}$$

که اگر این مقادیر را در معادله ** جایگزین کنیم خواهیم داشت:

$$u_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z} + \rho_A \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) - M_A D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} = M_A R_A$$

0

معادله پیوستگی

پس از تقسیم طرفین بر M_A خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\frac{\rho_A}{M_A} = C_A} u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right) + R_A$$

در حالت خاصی که سرعت برابر صفر باشد :

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right) + R_A = D_{AB}\nabla^2 C_A + R_A$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB}\nabla^2 C_A + R_A$$

در حالت خاصی که سرعت برابر صفر باشد و واکنش شیمیایی نیز نداشته باشد:

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB}\left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}\right) = D_{AB}\nabla^2 C_A$$

این معادله اکثرا در مورد انتقال جرم در جامدات به کار می رود ولی دربعضی حالات خاص برای محاسبه انتقال جرم در سیالات نیز قابل استفاده است.

انتقال جرم در حالت پایدار و در حالت ساکن

اگر سیستم انتقال جرم را دو جزئی فرض نماییم ، سیستم پایدار، انتقال جرم تنها در جهت Z و D_{AB} ثابت می باشد.

$$N_{AZ} = J_{AZ} + x_A \sum N_z$$

$$J_{AZ} = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad \& \quad x_A = \frac{C_A}{C} \quad \& \quad \sum N_Z = N_{AZ} + N_{BZ}$$

$$\Rightarrow \quad N_{AZ} = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{C_A}{C}\left(N_{AZ} + N_{BZ}\right) \quad \Rightarrow$$

$$N_{AZ} - \frac{C_A}{C}\left(N_{AZ} + N_{BZ}\right) = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad \Rightarrow$$

$$\int_{C_{A_1}}^{C_{A_2}} \frac{dC_A}{N_{AZ} - \frac{C_A}{C}(N_{AZ} + N_{BZ})} = \int_{Z_1}^{Z_2} -\frac{dZ}{D_{AB}}$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln[a+bx] + c$$

$$\Rightarrow$$

$$-\frac{C}{N_{AZ} + N_{BZ}} \ln\left[N_{AZ} - \frac{C_A}{C}(N_{AZ} + N_{BZ}) \right]_{C_{A_1}}^{C_{A_2}} = -\frac{1}{D_{AB}}(Z_2 - Z_1)$$

$$\Rightarrow$$

$$1 = \frac{1}{N_{AZ} + N_{BZ}} \cdot \frac{C * D_{AB}}{Z_2 - Z_1} \ln \left[\frac{N_{AZ} - \frac{C_{A_2}}{C}(N_{AZ} + N_{BZ})}{N_{AZ} - \frac{C_{A_1}}{C}(N_{AZ} + N_{BZ})} \right]$$

$$\Rightarrow$$

$$1 = \frac{1}{N_{AZ} + N_{BZ}} \cdot \frac{C * D_{AB}}{Z_2 - Z_1} \ln \left[\frac{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{C_{A_1}}{C}} \right]$$

$$\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ طرفین رابطه را در N_{AZ} ضرب میکنیم $\Rightarrow$

رابطه کلي انتقال جرم :

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ}+N_{BZ}} \cdot \frac{C * D_{AB}}{Z_2 - Z_1} \ln \left[\frac{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ}+N_{BZ})} - \frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ}+N_{BZ})} - \frac{C_{A_1}}{C}} \right]$$

رابطه كلي انتقال جرم را براي گازها و مايعات مي توان بصورت زير نمايش داد :

الف) تعميم روابط انتقال جرم براي گازها

براي گازها :

$$\frac{C_A}{C} = \frac{P_A}{P} = y_i \qquad C_A = \frac{P_A}{RT} \qquad C = \frac{P}{RT}$$

$$\Rightarrow N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} \cdot \frac{P * D_{AB}}{RT\,(z_2 - z_1)} \ln \left[\frac{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{P_{A_2}}{P}}{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{P_{A_1}}{P}} \right]$$

ب) تعميم روابط انتقال جرم براي مايعات

براي مايعات :

$$\frac{C_A}{C} = x_A \qquad C_A = \frac{\rho_A}{M_A} \qquad C = \frac{\rho}{M}$$

$$\Longrightarrow N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} \cdot \frac{D_{AB} * \left(\frac{\rho}{M}\right)_{ave}}{Z_2 - Z_1} \ln \left[\frac{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - x_{A_2}}{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - x_{A_1}} \right]$$

حالات خاص :

1) نفوذ از میان یک لایه ساکن

در این حالات جزء A از میان جزء ساکن B نفوذ مي کند ، یعنی $N_{BZ}=0$ که در این صورت :

$$N_{BZ}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{N_{AZ}}{N_{AZ}+N_{BZ}}=1$$

($N_{BZ} \to 0$)

پس خواهیم داشت :

$$N_{AZ}=\frac{C * D_{AB}}{Z}\ln\left[\frac{1-\frac{C_{A_2}}{C}}{1-\frac{C_{A_1}}{C}}\right]$$

براي گازها :

$$N_{AZ} = \frac{P * D_{AB}}{RT\,(Z_2 - Z_1)} \ln\left[\frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_{A_1}}\right]$$

براي مايعات :

$$N_{AZ} = \frac{D_{AB} * \left(\frac{\rho}{M}\right)_{ave}}{Z} \ln\left[\frac{1 - x_{A_2}}{1 - x_{A_1}}\right]$$

همچنين براي گازها مي توان نوشت :

$$\begin{cases} P_t = P_{A_1} + P_{B_1} \\ P_t = P_{A_2} + P_{B_2} \end{cases} \Rightarrow P_{A_1} + P_{B_1} = P_{A_2} + P_{B_2} \Rightarrow P_{A_1} - P_{A_2} = P_{B_2} - P_{B_1} \Rightarrow \frac{P_{A_1} - P_{A_2}}{P_{B_2} - P_{B_1}} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{P_{B_2} - P_{B_1}}{\ln\left(\frac{P_{B_2}}{P_{B_1}}\right)} = P_{BM} \quad (2) \qquad ، \qquad \frac{C_A}{C} = \frac{P_A}{P}$$

$$\Rightarrow \quad N_{AZ} = \frac{P_t * D_{AB}}{RT\ (z_2 - z_1)} \ln\left[\frac{1 - \frac{P_{A_2}}{P_t}}{1 - \frac{P_{A_1}}{P_t}}\right] \Rightarrow$$

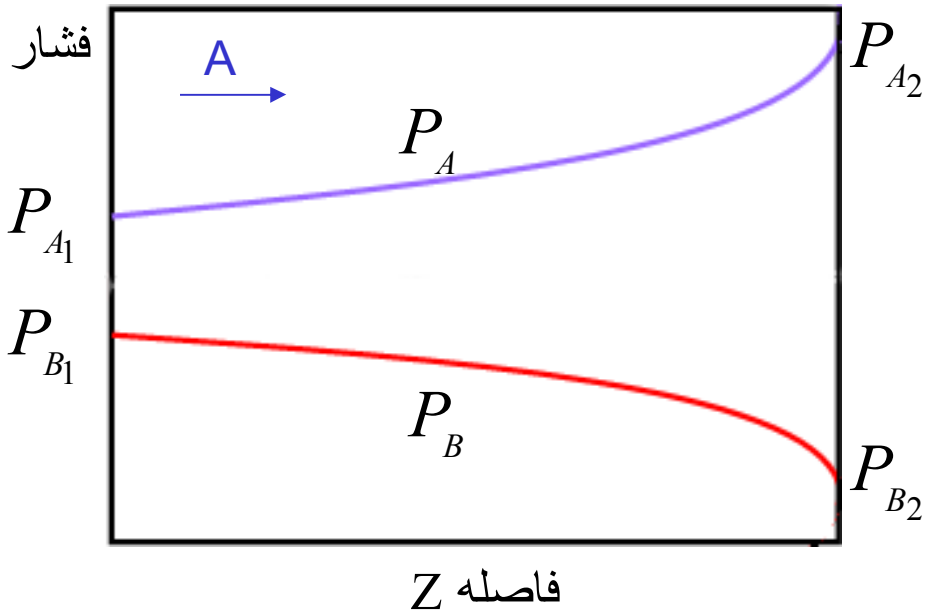
$$\Rightarrow \quad N_{AZ} = \frac{P_t * D_{AB}}{RT\,(z_2 - z_1)} \ln\left[\frac{P_t - P_{A_2}}{P_t - P_{A_1}}\right] \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad N_{AZ} = \frac{P_t * D_{AB}}{RT\,(z_2 - z_1)} \ln\frac{P_{B_2}}{P_{B_1}} \quad (1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 1 * N_{AZ} = \frac{P_t * D_{AB}}{RT\,(z_2 - z_1)} \ln\frac{P_{B_2}}{P_{B_1}} * \frac{P_{A_1} - P_{A_2}}{P_{B_2} - P_{B_1}} \quad (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad N_{AZ} = \frac{P_t * D_{AB}}{RTZ * P_{BM}} (P_{A_1} - P_{A_2})$$

نمودار مربوط به نفوذ جزء A درون جزء B :



2) نفوذ متقابل با شدت مولی معادل در حالت پایا

این حالت اکثرا در عملیات تقطیر مشاهده می شود.در این حالت $N_A=-N_B$ و از معادله کلی قبل نمی توان استفاده نمود.

$$N_{AZ} = J_{AZ} + \frac{C_A}{C}\sum N_Z$$

$$N_{AZ} = -D_{AB}\frac{d_{CA}}{dz} + x_A(N_A + N_B)$$

$$N_{AZ} = -D_{AB}\frac{d_{CA}}{dz} \longrightarrow N_{AZ} = \frac{D_{AB}}{RTZ}(p_{A_1} - p_{A_2})$$

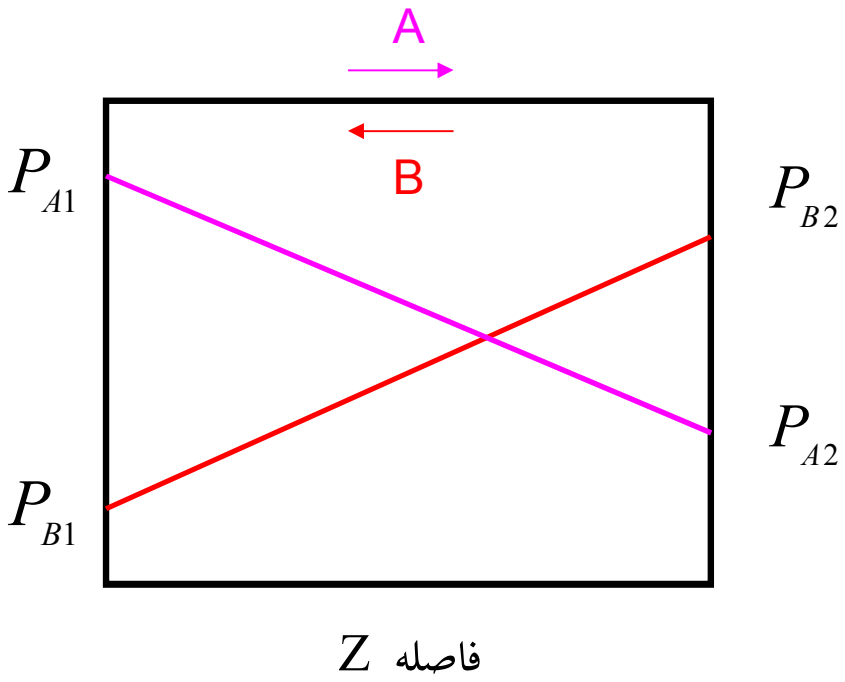
برای گازها:

$$N_{AZ} = \frac{D_{AB}\cdot p}{RTZ}\left(\frac{p_{A1}}{p} - \frac{p_{A2}}{p}\right) = \frac{D_{AB}\cdot p}{RTZ}(y_{A1} - y_{A2})$$

برای مایعات:

$$N_{AZ} = \frac{D_{AB}.(\frac{\rho}{m})_{av}}{Z}(x_{A1} - x_{A2})$$

نمودارمربوط به نفوذ متقابل با شدت مولی مساوی :



مثال: شدت نفوذ اسید استیک (A) را در درجه حرارت 17 °C در لایه ساکنی از آب(B) به ضخامت 1/0 cm پیدا کنید . غلظت اسید استیک را در دو طرف لایه ساکن 9 و 3 درصد وزنی فرض کنید .

ضریب نفوذ اسید در شرایط موجود $0.95\times10^{-5}\ \frac{cm^2}{s}$ است

Z=0.1 cm

$M_A=M_{CH3COOH}=60.03$

$M_B=M_{H2O}=18.02$

$$\rho_{3\%}=1.0032\frac{gr}{cc}$$

$$\rho_{9\%}=1.012\frac{gr}{cc}$$

$$C=C_A+C_B$$

$$x_A=\frac{C_A}{C}$$

$$x_{A_1} = \frac{0.09 / 60.03}{\frac{0.09}{60.03} + \frac{0.91}{18.02}} = 0.0288 \longrightarrow x_{B_1} = 1 - x_{A_1} = 1 - 0.0288 = 0.9712$$

$$x_{A_2} = \frac{0.03 / 60.03}{\frac{0.03}{60.03} + \frac{0.97}{18.02}} = 0.0092 \longrightarrow x_{B_2} = 1 - x_{A_2} = 1 - 0.0092 = 0.9908$$

$$x_{BM} = \frac{x_{B_2} - x_{B_1}}{Ln \frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}} = \frac{0.9908 - 0.9712}{Ln \frac{0.9908}{0.9712}} = 0.9810$$

$$C = C_A + C_B = \frac{0.09}{60.03} + \frac{0.91}{18.02} = 0.052$$

$$C = \left(\frac{\rho}{M}\right) \rightarrow M = \frac{\rho}{C} = \frac{1.0032}{0.052} = 19.21\, gr / gmol$$

$$M_{9\%} = \sum x_i Mw_i = (0.0288 \times 60.03) + (1 - 0.0288) \times 18.02 = 19.21$$

$$M_{3\%} = (10.0092 + 60.03) + (1 - 0.0092)18.02 = 18.4$$

$$\left(\frac{\rho}{M}\right)_{ave} = \frac{\left(\frac{\rho}{M}\right)_1 + \left(\frac{\rho}{M}\right)_2}{2} = \frac{\frac{1.0032}{18.4} + \frac{1.012}{19.21}}{2} = 0.0536 \frac{gml}{cm^3}$$

$$x_{BM} = \frac{x_{B_2} - x_{B_1}}{Ln\frac{x_{B_2}}{x_{B_1}}} = \frac{0.9908 - 0.9712}{Ln\frac{0.9908}{0.9712}} = 0.9810$$

$$N_{AZ} = \frac{D_{AB}.\left(\frac{\rho}{M}\right)_{ave}}{Z.x_{BA}}(x_{A_1} - x_{A_2}) = \frac{0.95 \times 10^{-5}}{(0.1)(0.98)}(0.0536)(0.0288 - 0.0022) = 1.018 \times 10^{-7} \frac{gmol}{cm^2 s}$$