

فصل سوم

ضرایب انتقال جرم

در حرکت درهم ، برخلاف حرکت آرام ، حرکات ذرات مایع نامنظم بوده ، قطعات بزرگ و کوچکی از سیال به نام چرخانه دارای حرکات سریع و نامنظم در جهات مختلف می باشند.

با توجه به سرعت زیاد چرخانه ها ، می توان انتظار داشت که انتقال جرم در ناحیه ای که دارای حرکت درهم است بسیار سریع و مکانیزم آن در مقایسه با مکانیزم انتقال جرم در یک محیط آرام ، که تنها شامل نفوذ مولکولی است ، کاملاً متفاوت باشد. به همین علت گرادیان غلظت در قسمتی که سیال دارای حرکت درهم است به مراتب کمتر از گرادیان غلظت در یک حرکت آرام است .

ضرایب انتقال جرم

برای پیش بینی شدت انتقال جرم از همان روابطی که برای نفوذ مولکولی در سیالات بدست آمده اند استفاده می گردد، با این تفاوت که در این روابط به جای ضریبی که محتوی ضریب نفوذ مولکولی است، ضریب دیگری به نام ضریب انتقال جرم گنجانده می شود. بدیهی است که در استفاده از ضریب انتقال جرم فرض بر این است که این ضریب شامل تمام اثرات وجود چرخانه ها در شدت انتقال جرم می باشد. در معادله کلی انتقال جرم به جای مجموعه  $D_{AB}C/Z$  که مشخص کننده مکانیزم نفوذ مولکولی است، از ضریب انتقال جرمی که با  $F$  نشان داده می شود استفاده می گردد.

$$N_{AZ} = \frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}} \cdot F \cdot \ln \left[ \frac{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{C_{A_2}}{C}}{\frac{N_{AZ}}{(N_{AZ} + N_{BZ})} - \frac{C_{A_1}}{C}} \right]$$

در اینجا نیز نسبت  $\frac{N_{AZ}}{N_{AZ} + N_{BZ}}$  با توجه به شرایط فیزیکی موجود تعیین می گردد.

بنابر تعریف، شار  $N$  برابر با مقدار انتقال جرم به ازای واحد سطحی است که معمولاً عمود بر مسیر نفوذ اجزای می باشد. گاهی اتفاق می افتد انتقال جرم از یک سطح غیر مستوی انجام می گیرد. در این صورت مساحت عمود بر مسیر نفوذ مولکولها ثابت نبوده، با تغییر فاصله از سطح جسم غیر مستوی تغییر می نماید. در این حالت با وجود ثابت بودن مقدار انتقال جرم، شار  $N$ ، در نتیجه ضریب انتقال جرم  $F$  در سطوح مختلف، متفاوت خواهد بود.

ضریب  $F$  یک ضریب انتقال جرم موضعی است که برای نقطه معینی در روی فصل مشترک دو فاز تعریف می شود. از آنجا که  $F$  تابع ویژگیها و نحوه حرکت فازها در فصل مشترک است، ثابت نبوده بلکه در امتداد فصل مشترک تغییر می کند. بدین جهت در برخی از موارد می توان به جای  $F$  از مقدار متوسط آن یعنی  $F_M$  استفاده کرد.

در انتقال جرم در مخلوط های دو جزئی، با توجه به شدت انتقال هر جزء نسبت به جزء دیگر، دو حالت مختلف غالباً مورد نظر قرار می گیرد. یکی از این دو حالت انتقال یک جزء به درون یک محیط ساکن و حالت دیگر انتقال متقابل اجزاء با شدت مولی مساوی است. در این دو حالت، برای بیان مقدار انتقال جرم می توان به جای  $F$  از ضرایب انتقال جرم ویژه استفاده نمود.

**(نیروی محرکه) (ضریب انتقال جرم) = شار**

حالات زیر نمونه هایی از ضرایب انتقال جرم که استفاده از آنها متداول می باشد، تعریف می شود. در حالت اول انتقال جزء  $A$  بدرون جزء ساکن  $B$  ( $N_B=0$ )، ضرایب انتقال جرم در فاز گاز و یا در فاز مایع طبق روابط زیر تعریف می شود.

$$N_{AZ} = k_G(P_{A_1} - P_{A_2}) = k_y(y_{A_1} - y_{A_2}) = k_c(c_{A_1} - c_{A_2}) = k_x(x_{A_1} - x_{A_2}) = k_L(c_{A_1} - c_{A_2})$$

در حالت دوم انتقال اجزای A و B با شدت مولی مساوی...

$$N_{AZ} = k'_{G'}(P_{A_1} - P_{A_2}) = k'_y(y_{A_1} - y_{A_2}) = k'_c(c_{A_1} - c_{A_2}) = k'_x(x_{A_1} - x_{A_2}) = k'_L(c_{A_1} - c_{A_2})$$

در حالتی که برای گازها  $F = \frac{D_{AB} \cdot P_t}{RTZ}$  و  $k_G = \frac{D_{AB} \cdot P_t}{RTP_{BM}Z}$  می باشد.

و یا  $F = k_G \cdot P_{BM}$

در حالتی که نفوذ متقابل دو جزء با شدت مولی مساوی انجام می گیرد، مقدار  $N_A + N_B$  برابر با صفر بوده و در نتیجه سرعت متوسط فاز گاز نیز برابر با صفر می باشد و به این جهت در این حالت، ضریب عمومی F برای گازها برابر با  $k'_Y$  و برای مایعات برابر با  $k'_X$  می گردد.

ضرایب انتقال جرم در  
حرکت آرام



انتقال جرم در حرکت آرام توسط مکانیزم نفوذ مولکولی انجام می گردد ، و در این گونه موارد به جای تعریف ضریب انتقال جرم و تعیین مقدار آن وجود ندارد.

### روابط موجود بین ضریب انتقال جرم برای گازها

واحد ضریب	معادله شدت	
	نفوذ جزء A در جزء ساکن	نفوذ متقابل اجزاء با شدت مولی مساوی
مول بر زمان در سطح در فشار	$N_A = k_G \Delta P_A$	$N_A = k'_G \Delta P_A$
مول بر زمان در سطح در جزء مولی	$N_A = k_y \cdot \Delta y_A$	$N_A = k'_y \cdot \Delta y_A$
مول بر زمان در سطح در مول بر حجم	$N_A = k_C \Delta C_A$	$N_A = k'_C \Delta C_A$
جرم بر زمان در سطح در نسبت جرم A به جرم B	$W_A = k_Y \Delta Y_A$	

## روابط موجود بین ضریب انتقال جرم برای مایعات

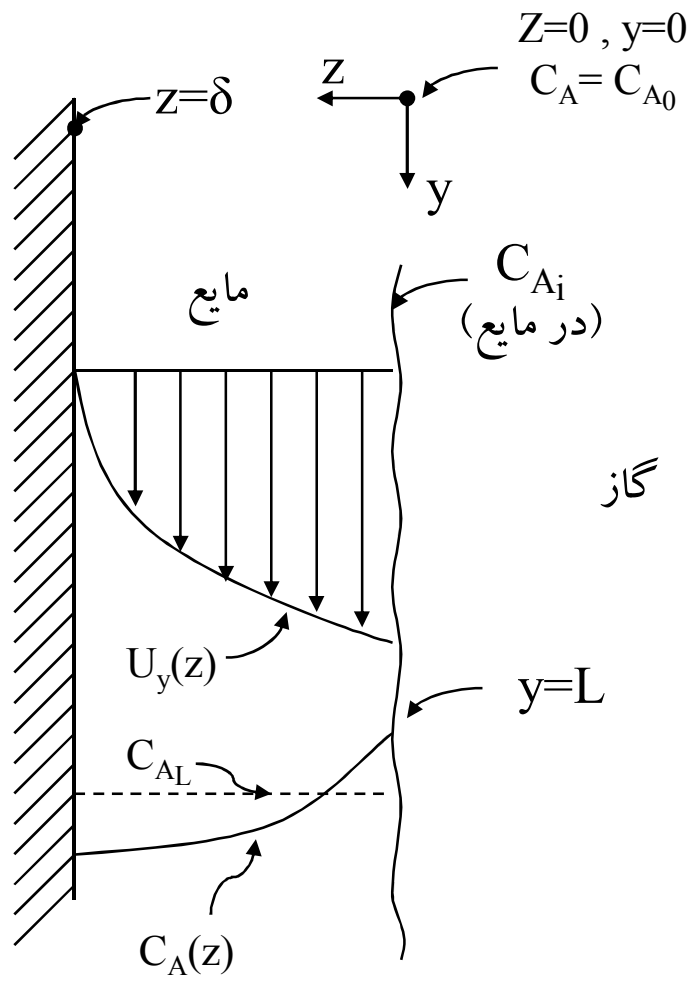
واحد ضریب	معادله شدت	
	نفوذ جزء A در جزء ساکن	نفوذ متقابل اجزاء با شدت مولی مساوی
مول بر زمان در سطح در مول بر حجم	$N_A = k_L \Delta C_A$	$N_A = k'_L \Delta C_A$
مول بر زمان در سطح در واحد جزء مولی	$N_A = k_x \cdot \Delta x_A$	$N_A = k'_x \cdot \Delta x_A$

روابط تبدیل ضریب انتقال جرم فاز گاز به یکدیگر :

$$F = k_G P_{BM} = k_y \frac{P_{BM}}{P_t} = k_C \frac{P_{BM}}{R T} = \frac{k_y}{M_B} = k'_G \cdot P_t = k'_y = k'_C \frac{P_t}{R T} = k'_C \cdot C_A$$

روابط تبدیل ضریب انتقال جرم مایعات به یکدیگر :

$$F = k_x x_{BM} = k_L x_{BM} C = k'_L \cdot C = k'_L \left( \frac{\rho}{M} \right) = k'_x$$



لایه مایع در حرکت آرام

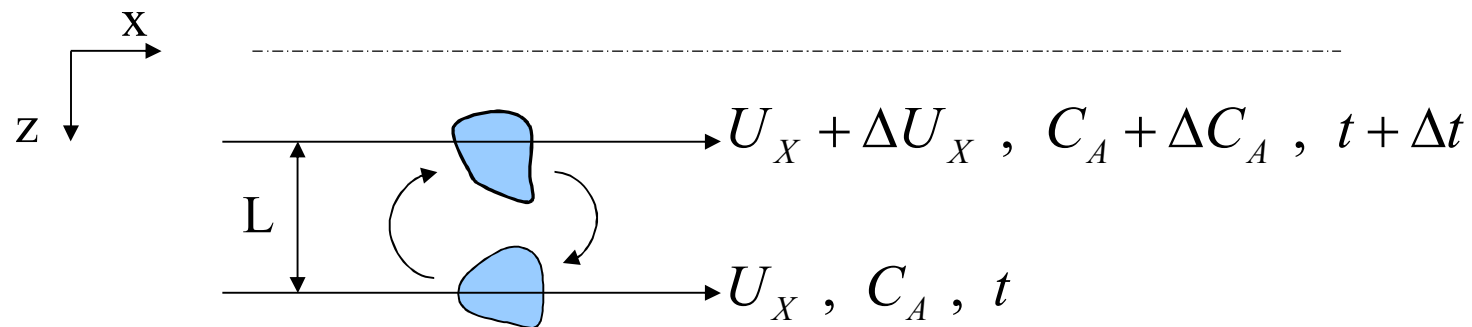
ضرایب انتقال جرم در حرکت درهم

حرکت سیالات در اکثر دستگاه‌های صنعتی در حالت درهم است. ولی متأسفانه به خاطر عدم آشنائی کامل به مکانیزم حرکت درهم، ضریب انتقال جرم به روش تحلیلی، به روشی که برای حرکت آرام امکان پذیر است، مقدور نمی باشد.

به منظور توجیه مکانیزم انتقال جرم در حرکت درهم، نظریه های مختلفی پیشنهاد گردیده است که در این میان نظریه لایه مؤثر ( Film Theory )، نظریه تداخل (Penetration Theory)، نظریه جایگزین سطحی (Surface Theory) اشاره کرد.

نفوذ چرخانه ای  
(Eddy Diffusion)

حرکت درهم به خاطر وجود حرکات نامنظم ذرات، قطعات و لخته های کوچک و بزرگ سیال که چرخانه نامیده می شود از حرکت آرام متمایز می باشد. حرکت چرخانه ها علاوه بر جهات مختلف در فضا در زمانهای مختلف نیز نامنظم است. به خاطر حرکت چرخانه ها اختلالاتی در مقدار سرعت سیال بوجود می آید.



فاصله اختلاط پیرانتل :  $L$



$$\tau = -\mu \frac{du}{dz} \quad \text{برای جریان آرام}$$

$$\tau = -(\mu + \eta) \frac{du}{dz} \quad \text{برای جریان نا آرام}$$

$$\eta = -\rho l^2 \frac{du}{dz} \quad \text{ویسکوزیته گردابی}$$

$\mu$  : ویسکوزیته مولکولی سیال

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad \text{Shear Stress Velocity}$$

$$\begin{aligned} \tau &= -\left(\mu - \rho l^2 \frac{du}{dz}\right) \frac{du}{dz} = -\mu \frac{du}{dz} + \rho l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = -\left[\mu - \rho l^2 \left(-\frac{du}{dz}\right)\right] \frac{du}{dz} = \\ &= -\left(\frac{\mu}{\rho} + E_v\right) \frac{d(u\rho)}{dz} = -(\nu + E_v) \frac{d(u\rho)}{dz} \end{aligned}$$

$E_D$  مقداری است که بستگی به میزان درهم بودن حرکت یعنی شدت حرکت چرخانه ها در سیال دارد و در نتیجه بر حسب موضع سیال تغییر می کند. در حرکت درون یک کانال، در نزدیکی های دیواره به علت از بین رفتن چرخانه ها مقدار  $E_D$  در مقایسه با  $\nu$  بسیار کوچک است و در نتیجه گرانیروی سینماتیک تعیین کننده مقدار انتقال مقدار حرکت می باشد. برعکس در نواحی نزدیک به وسط کانال، شدت حرکت چرخانه ها و میزان درهم بودن حرکت بیشتر و مقدار  $E_D$  در مقایسه با  $\nu$  بسیار زیاد است و در نتیجه مقدار  $E_D$  تعیین کننده مقدار انتقال مقدار حرکت می باشد.

با توجه به تشابه پدیده های انتقال می توان نوشت:

$$J_A = -(D_{AB} + E_D) \frac{dC_A}{dz}$$

$E_D$ : ضریب نفوذ جرم به خاطر حرکت درهم (ضریب نفوذ چرخانه ای)

نظیر آنچه در مورد ضرایب انتقال مقدار حرکت ( $E_D$ ) گفته شد، در انتقال جرم نیز ضریب مولکولی در شرایط ثابت مقدار ثابتی بوده ، از نقطه ای به نقطه دیگر در داخل سیال تغییر نمی کند. در نزدیکی های دیواره یک کانال ، اثر  $D$  در انتقال جرم بیشتر از  $E_D$  می باشد در حالی که در نواحی وسط کانال ، به علت بیشتر بودن شدت حرکت درهم ،  $E_D$  عامل مهمتری برای انتقال جرم می باشد.

به همین ترتیب برای انتقال حرارت می توان نوشت:

$$q = -(\alpha + E_H) \cdot \frac{d(\rho C_p t)}{dz}$$

در نتایج آزمایشگاهی حاصل از حرکت سیالات معمولی در لوله ها ، نسبت های  $E_D/E_D$  و  $E_H/E_D$  بین 1.2 و 1.8 متغیر بوده ، دارای تغییرات موضعی است.

همان طور که برای پدیده های انتقال مولکولی نسبت ضرایب مولکولی دارای اهمیت ویژه ای می باشند ، در انتقال درهم نیز نسبت های ضرایب مربوطه دارای مفاهیم مهمی است. مثلاً ، مشابه با عدد اشمیت مولکولی  $Sc = \nu / D_{AB}$  ، می توان عدد اشمیت مربوط به حرکت درهم را به صورت  $E_\nu / E_D$  و یا عدد اشمیت کلی را به صورت  $(\nu + E_\nu) / (D_{AB} + E_D)$  تعریف نمود. مقایسه نسبت ضریب کلی به ضریب مولکولی از نظر توجیه فیزیکی پدیده انتقال اهمیت زیادی دارد. این نسبت برای هر یک از سه

پدیده انتقال به قرار زیر است.

$$\frac{\nu + E_\nu}{\nu} = 1 + \frac{E_\nu}{\nu}$$

$$\frac{\alpha + E_H}{\alpha} = 1 + Pr \frac{E_H}{\nu}$$

$$\frac{D + E_D}{D} = 1 + Sc \frac{E_\nu}{\nu}$$

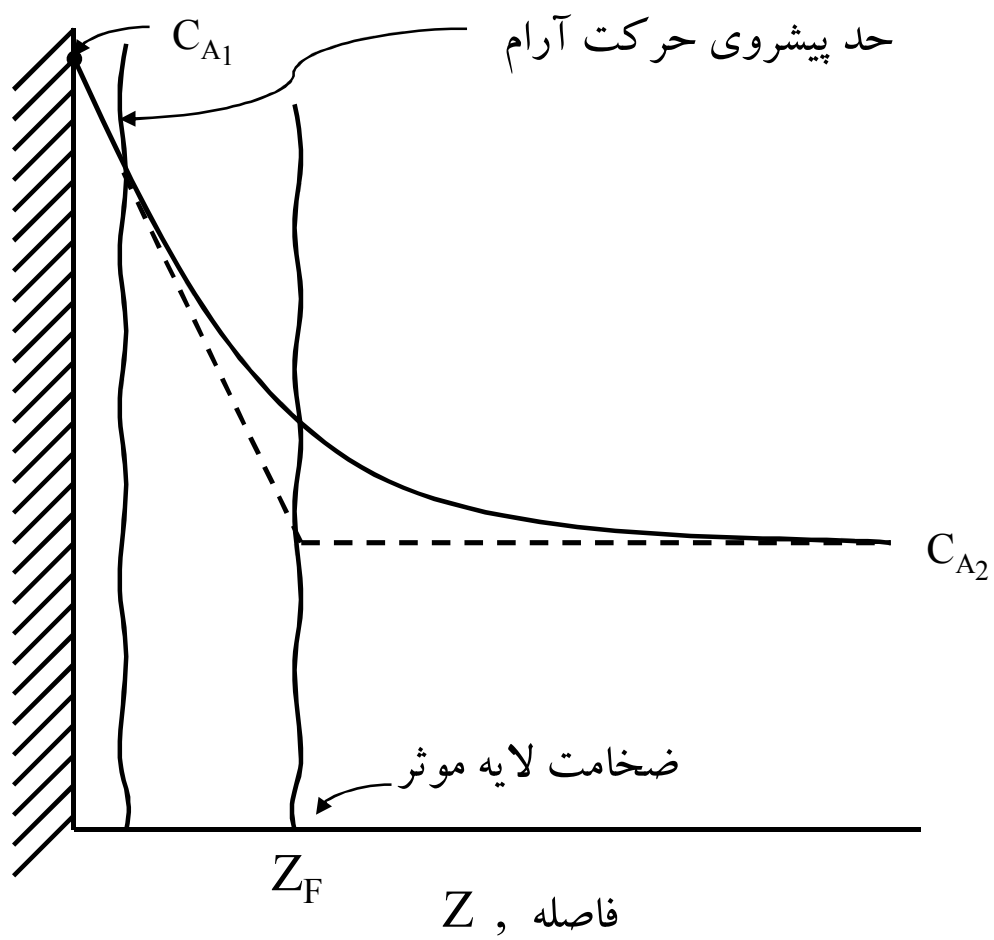
هر کدام از این نسبت ها نشان دهنده اهمیت نسبی حرکت درهم با حرکت آرام در یک عمل انتقال است. مثلاً در نزدیکی فصل مشترک سیال با یک سطح جامد، حرکت چرخانه ها بسیار خفیف و در نتیجه آن شدت حرکت درهم بسیار ضعیف است.

در حالت ویژه ای که  $Pr = Sc = 1$  باشد ضریب کل انتقال برای هر سه پدیده انتقال مقدار حرکت ، حرارت و جرم یکسان بوده ، حرکات درهم اثرات مشابهی در هر سه پدیده انتقال خواهد داشت.

نظريه لايه مؤثر  
Film Theory

این نظریه کهن ترین نظریه موجود برای پیش بینی ضریب انتقال جرم است. می دانیم که ضمن حرکت در هم سیالی از روی یک سطح جامد ، سرعت حرکت سیال در روی سطح جامد صفر و در نقاط نزدیک به آن بسیار آرام است به طوری که لایه ای با حرکت آرام در مجاورت صفحه جامد بوجود می آید. چنانچه بین صفحه جامد و سیال انتقال جرم صورت گیرد گرادیان غلظتی در داخل سیال تشکیل خواهد شد. انتقال جرم در این لایه تنها توسط نفوذ مولکولی اجزاء صورت می گیرد. قسمت دیگر تغییرات غلظت بین صفحه و سیال مربوط به نقاطی است که دارای حرکت درهم می باشد.

بنابر نظریه لایه موثر به جای اینکه تغییرات غلظت در مسیر انتقال جرم توسط منحنی واقعی نشان داده شود ، به وسیله تغییرات خطی در لایه ای به ضخامت  $Z_f$  نشان داده می شود. این تغییرات به صورت خطی چنین نشان داده شده است .





ضخامت لایه مؤثر به حدی است که مقاومت آن در قبال انتقال جرم مولکولی برابر با مقاومت واقعی این سیال در قبال انتقال جرم از سطح صفحه تا وسط سیال باشد. بر اساس نظریه لایه مؤثر در تمامی معادلات مربوط به انتقال جرم به جای  $Z$  باید از  $Z_f$  استفاده نمود.  $Z_f$  بستگی به نوع و شرایط جریان سیال دارد.

در نظریه لایه مؤثر ضرایب انتقال جرم  $F$  یا  $K$  تابع ضریب نفوذ به توان یک  $(D_{AB}^{n=1})$  می باشد. از طرفی، نتایج آزمایشهای متعدد نشان داده است که در حرکت درهم این وابستگی درست نبوده، و ضریب انتقال جرم تابعی از  $D^n$  می باشد که  $n$  بر حسب شرایط مقداری بین صفر تا 0.8 و یا 0.9 را داراست. به این دلیل بجز در موارد استثنایی نظریه ساده لایه مؤثر مورد قبول نبوده، نتایج بدست آمده از آن مورد اطمینان نمی باشد.

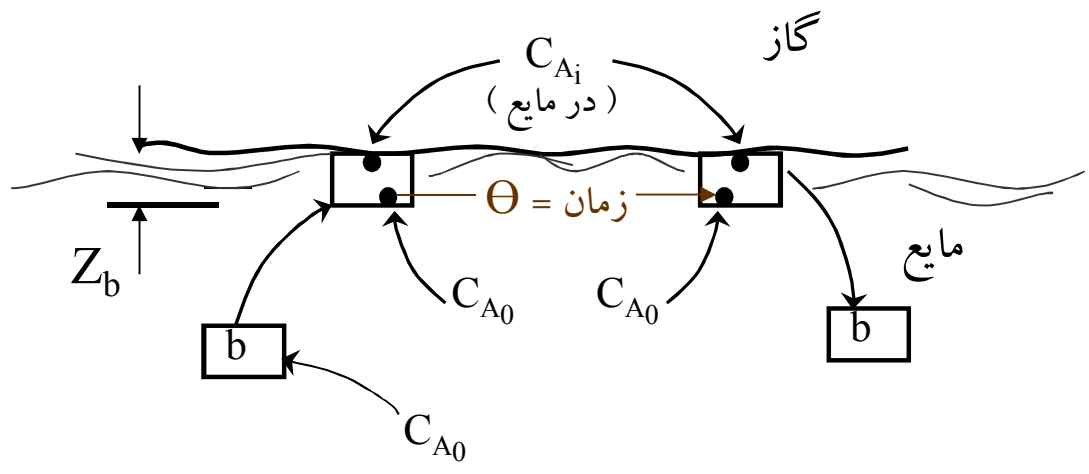
نظريه تداخل جرم

**Penetration Theory**

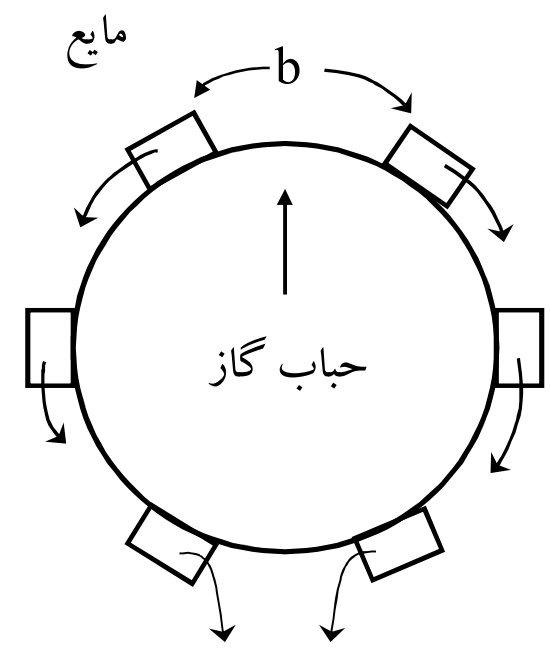
در بسیاری از موارد ، زمان تماس دو فاز به قدری کوتاه است که گرادیان غلظت برخلاف آنچه که لایه مؤثر پیش بینی می کند به حالت پایا نرسیده بلکه تابعی از زمان تماس می باشد. برای چنین مواردی هیگبی (Higbie) نظریه تداخل جرم را برای پیش بینی ضرایب انتقال جرم ابداع نمود.

\* این نظریه زمانی به کار برده می شود که دو فاز در حال تماس هر دو سیال باشند.

به عنوان مثال حباب گازی که درون مایع ساکنی در حال صعود باشد را در نظر بگیرید. در حین حرکت حباب مقداری از گاز در درون مایع حل می شود. ذره ای از مایع مانند  $b$  که در فصل مشترک دو فاز بالای حباب قرار گرفته است. در حین حرکت حباب برای مدت زمانی برابر با  $\theta$  در تماس با حباب باقی می ماند و در این مدت انتقال جرم بین ذره و گاز صورت می گیرد.



(ب)



(الف)

فرض می‌کنیم در ابتدا غلظت گاز حل شده در چرخانه هائی از مایع که دور از فصل مشترك قرار دارند برابر با مقدار ثابت  $C_{A0}$  باشد چنانچه یکی از این چرخانه ها در لحظه صفر به فصل مشترك دو فاز برسد ، غلظت در فصل مشترك گاز و مایع بلافاصله برابر  $C_{Ai}$  خواهد شد که برابر با حلالیت گاز در مایع است. در مدت زمان  $\theta$  که این چرخانه در فصل مشترك باقی می‌ماند، انتقال جرم به صورت نفوذ مولکولی ناپایا بین گاز و چرخانه صورت می‌گیرد.

$$\frac{\partial C_A}{\partial \theta} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \quad B.C \begin{cases} C_A(0, \theta) = C_{A1} \\ C_A(\infty, \theta) = C_{A0} \end{cases}$$

$$I.C : C_A(z, 0) = C_{A0}$$

$$C_A = C_{A0} + (C_{Ai} - C_{A0}) \left( 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{z}{2}(\theta \cdot D_{AB})^{0.5}} e^{-\eta^2} d\eta \right)$$

$$N_{A,Z=0} = -D_{AB} \left( \frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_{Z=0} = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}} \quad \Rightarrow$$

$$N_{A,M} = \frac{\int_0^\theta (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}} d\theta}{\theta - 0} = 2 * (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}} \quad \text{شار متوسط :}$$

$$N_A = k_L (C_{A_1} - C_{A_2})$$

$$k_{L,M} = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}}$$

ملاحظه مي شود كه مطابق نظريه تداخل جرم ، ضريب انتقال جرم متناسب با  $D_{AB}^{1/2}$  مي

باشد .

نظریہ جایگزینی سطحی

**Surface-Renewal Theory**

این نظریه برای اولین بار توسط دانکورتز Danckwerts پیشنهاد گردید. مطابق با این نظریه ، فصل مشترک دو فاز از مجموعه چرخانه هائی تشکیل شده است که زمان تماس هر یک از آنها با فاز گاز مقدار متفاوتی است. از آنجا که میزان انتقال جرم بین گاز و یک چرخانه بستگی به زمان تماس دارد ، مقدار متوسط شار جرم برابر با مجموعه شارهای مربوط به چرخانه های جداگانه می باشد. چنانچه  $\phi d\theta$  برابر با مجموعه مساحت موجود بین گاز و چرخانه هائی باشد که زمان اقامت آنها در فصل مشترک بین  $\theta$  و  $\theta + d\theta$  است. در این صورت سطح معادل با یک واحد برابر

$$\int_0^{\infty} \phi d\theta = 1 \quad \text{خواهد بود.}$$

$$N_{A,M} = (C_{A_i} - C_{A_0}) \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\theta}} S e^{-S\theta} d\theta = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{D_{AB}} \cdot S$$

$$N_A = k_L (C_{A_1} - C_{A_2})$$

$$k_{L,M} = \sqrt{D_{AB}} \cdot S \quad \rightarrow \quad k_{L,M} \propto D_{AB}^{1/2}$$