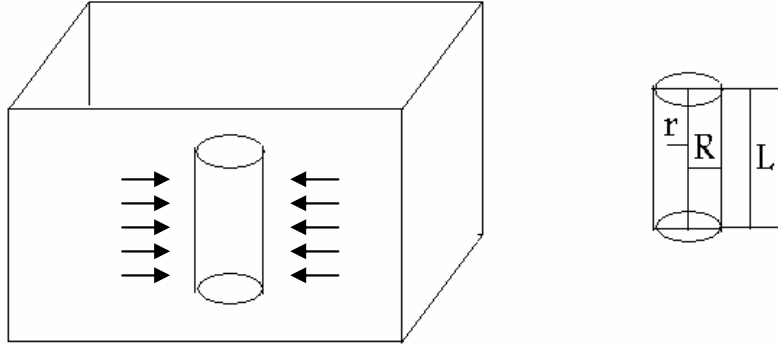


تکلیف درس انتقال جرم پیشرفته

یک غشاء (Membrane) استوانه ای شکل با شعاع خارجی R و طول L در داخل یک تانک حاوی محلول A و به حجم V قرار می گیرد، که در نتیجه ماده A از محلول بدون غشاء نفوذ می کند. (فرض کنید نفوذ فقط در جهت شعاعی r انجام می گیرد). اولاً معادله نفوذ (پروفیل غلظت A در داخل غشاء C_{AM}) را بدست آورید و آن را به فرم بدون بعد زیر در آورید.



PDE:
$$\frac{\partial Y}{\partial \theta} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial Y}{\partial x} \right)$$

BC₁: $x = 0 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial x} = 0 \quad \theta \geq 0$

BC₂: $x = 1 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial \theta} = -\alpha \frac{\partial Y}{\partial x} \quad \theta \geq 0$

IC: $\theta = 0$

$$Y = -\left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{2}}\right) \quad 0 \leq x < 1$$

$$Y = \frac{\frac{\alpha}{2}}{1 + \frac{\alpha}{2}} \quad x = 1$$

و ثانياً این سیستم را به روش جدا سازی متغیرها و تبدیل لاپلاس حل کنید.
متغیرها را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$Y = y - y_\infty$ $y = \frac{KC_{AM}}{C_{0AT}}$ $y_\infty =$ در حالت پایدار y

$C_{AM} =$ غلظت در داخل غشاء $C_{AT} =$ غلظت در داخل تانک

$C_{0AT} =$ غلظت اولیه A در تانک $D =$ ضریب نفوذ A در غشاء

$$K = \frac{C_{AT}}{C_{AM}} \Rightarrow C_{AM} \Big|_{r=R} = \frac{C_{AT}}{K}$$

$A = 2\pi RL$ سطح خارجی استوانه $\alpha = \frac{AR}{KV}$ $x = \frac{r}{R}$

ابتدا معادله نفوذ را نوشته و بعد به صورت بی بعد y در آورید. سپس حل پایدار (y_∞) را از آن کم کنید. (Y حل قسمت گذراست). ضریب نفوذ D و ضریب تقسیم K را ثابت فرض کنید. و از اثرات انتهایی استوانه صرف نظر کنید.